Institut für Kernphysik
Technische Universität Darmstadt

Andreas Förster

Pionenproduktion und thermische Konzepte in relativistischen Schwerionenreaktionen

Diplomarbeit

März 1998

Pionenproduktion und thermische Konzepte in relativistischen Schwerionenreaktionen

Diplomarbeit

Andreas Förster

Institut für Kernphysik

Technische Universität Darmstadt

März 1998

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Pionenproduktion in Schwerionenreaktionen

Weshalb besteht Interesse an relativistischen Schwerionenstößen? Atomkerne in ihrem Grundzustand sind aus den leichtesten Baryonen, Protonen und Neutronen, aufgebaut, haben eine Teilchendichte von etwa $\rho_0 = 0.17$ Nukleonen/fm^3 und eine Bindungsenergie in der Größenordnung 8 MeV pro Nukleon. Extrapoliert man auf unendliche Ausdehnung, so spricht man von Kernmaterie. Relativistische Schwerionenreaktionen, daß heißt solche bei kinetischen Strahlenergien ab der Größenordnung GeV pro Nukleon (AGeV) im Laborsystem, bieten nun die einzigartige Möglichkeit, Kernmaterie jenseits dieses Grundzustands zu untersuchen, also in verdichteten, hoch angeregten Zuständen, wie sie möglicherweise zu Beginn unseres Universums herrschten und gegenwärtig nur eventuell in Neutronensternen oder Supernovaexplosionen zu finden sind. Bei kinetischen Strahlenergien von $E_{Beam}^{kin} = 1$ bis 2 AGeV, wie sie am Schwerionensynchrotron SIS der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt erreicht werden, treten Dichteüberhöhungen von $\rho/\rho_0 = 2$ bis 3 auf ([Har94],[Sto86a]). Experimente bei höheren Energien dagegen, wie sie zum Beispiel an der Beschleunigeranlage CERN in Genf stattfinden und vor allem für die Zukunft in Planung sind, beschäftigen sich vermehrt mit der Frage nach dem Übergang zu einer Form der Materie, in der die Bindung der Quarks zu farbneutralen Hadronen weitgehend aufgehoben ist, dem sogenannten "Quark-Gluon-Plasma".

In dieser Arbeit werden Experimente diskutiert, die am Magnetspektrometer KaoS, siehe Abschnitt 1.2, das vor allem zur impulsselektiven Detektion der leichtesten nicht-seltsamen (Pionen) und seltsamen (Kaonen) Mesonen dient, von der gleichnamigen Kollaboration [KaoS] durchgeführt wurden. Diese beiden als Sonden für die Vorgänge in der Reaktionszone verwendeten Teilchen unterscheiden sich in ihren Eigenschaften deutlich.

Positiv geladene Kaonen (Masse: $m_K = 494$ MeV/c^2) haben in Kernmaterie eine relativ große mittlere freie Weglänge, da sie wegen ihres $\bar{s}$-Quarks aus Gründen der Strangeness-Erhaltung nur in Reaktionen mit Teilchen, die ein Quark entgegengesetzter Seltsamkeit enthalten, absorbiert werden können. Ebenfalls durch die Erhaltung der Seltsamkeit wird bedingt, daß die im freien Nukleon-Nukleon-Stoß benötigte Energie zur Produktion eines geladenen Kaons deutlich höher als seine Masse liegt, da es nur assoziiert mit einem Hyperon gebildet werden kann. Die dafür benötigten Energien stehen zum Beispiel bei $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV nicht zur Verfügung, so daß die Kaonenproduktion in diesen Experimenten mit Mehrstufenprozessen über angeregte Zustände der Nukleonen oder Stöße mit hochenergetischen Pionen, die ja ihrerseits bereits Reaktionsprodukte sind, erklärt wird [Man97]. Da die Wahrscheinlichkeit für solche Prozesse in der Phase der höchsten Dichte am größten ist und wegen der geringen starken Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit der umgebenden Materie, die ein Verlassen der Reaktionszone ermöglicht, können positiv geladene Kaonen als sensitiv auf diese Phase der Reaktion angesehen werden.

Pionen dagegen können bei den betrachteten Strahlenergien auf Grund ihrer geringen Masse von $m_\pi = 0.140$ MeV/c^2 bereits in binären Nukleon-Nukleon-Stößen in großer Zahl produziert werden. Wegen der damit verbundenen Möglichkeit der Entstehung während des gesamten Verlaufs der Reaktion wie auch der starken Absorption, bedingt durch eine mittlere freie Weglänge, die wesentlich kleiner als die Ausdehnung des Systems ist, wird das beobachtete Pionenspektrum eher eine integrale Observable über den gesamten Reaktionsverlauf darstellen. Dies ermöglicht eventuell einen Zugang zur Dynamik des Reaktionsverlaufs, wie dies in der Diskussion des Verhältnisses negativ zu positiv geladener Pionen sowie der azimuthalen Anisotropie der Pionenproduktion in [Wag96]) untersucht wird.

Auf theoretischer Seite existieren verschiedene Ansätze zur Beschreibung des Ablaufs von Schwerionenreaktionen. Zu den makroskopischen Beschreibungen gehört die Annahme, daß im Überlappbereich der beiden Kerne ein expandierender, thermisch äquilibrierter "Feuerball" gebildet wird [Wes76]. Die Materie außerhalb dieses Überlapps, auch als "Spektator-Materie" bezeichnet, nimmt dabei nicht an der Reaktion teil, hat höchstens einen abschattenden Effekt auf die emittierten Teilchen. Ebenfalls in diesen Bereich gehören hydrodynamische Rechnungen [Sto86b], die ein Verhalten der Kerne ähnlich dem zweier Flüssigkeitstropfen annehmen. Auf der anderen Seite gibt es Ansätze zur mikroskopischen Beschreibung der Abläufe während einer Schwerionenreaktion. Hier sind zunächst die "Kaskaden-Modelle" [Cug81] zu nennen, in denen eine Schwerionenkollision durch die zeitliche Abfolge von unabhängigen Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Stößen unter Berücksichtigung von angeregten Zuständen der Nukleonen und deren Zerfall beschrieben wird. Erweiterungen dieser Kaskaden stellen die aktuellen Transportmodelle dar, die zusätzlich mittlere Potentiale, die die Dynamik der Teilchen beeinflussen, berücksichtigen. Die wesentlichen Vertreter stellen hier die verschiedenen Versionen der Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-Modelle (BUU) [Tei96] und der Quanten-Molekulardynamik-Modelle (QMD) [Bas97] dar. Sie bieten durch Vergleich mit den experimentell zugänglichen globalen Observablen die Möglichkeit, Rückschlüsse über den lokalen und zeitlichen Verlauf der Reaktion , der der unmittelbaren Messung nicht zugänglich ist, zu ziehen.

Zielsetzung dieser Arbeit ist die Auswertung von Daten zur Pionenproduktion im Stoßsystem C+C und die Untersuchung der Frage, inwieweit im Verlaufe von Schwerionenreaktionen ein thermisches Gleichgewicht in der Reaktionszone erreicht wird. Sie gliedert sich wie folgt:

In Kapitel 2 werden für das Reaktionssystem ^{12}C+^{12}C bei kinetischen Strahlenergien von $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ und 2.0 AGeV die Impulsverteilungen für positiv und negativ geladene Pionen aus den Daten des Experiments im November 1995 bestimmt.

Daraus werden in Kapitel 3 integrale Wirkungsquerschnitte sowie das Verhältnis negativ zu positiv geladener Pionen bestimmt und die Auswirkung des vom Magnetspektrometer KaoS akzeptierten Phasenraumbereichs auf die Form der Spektren diskutiert.

In Kapitel 4 wird das Modell einer zum Zeitpunkt des Ausfrierens des Reaktionsvolumens, daß heißt der letzten starken Wechselwirkung, im thermischen Gleichgewicht befindlichen Reaktionszone aufgestellt und vor allem für das Stoßsystem Au+Au bei $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV zur Beschreibung der verfügbaren Observablen wie Pionenspektrum, Teilchenverhältnisse und Impulsverteilungen von Protonen und leichten Fragmenten angewendet.

Ein etwas anderer Ansatz, nämlich die kontinuierliche Emission von Pionen aus einer zwar im thermischen Gleichgewicht befindlichen, aber expandierenden und abkühlenden Quelle wird in Kapitel 5 auf zwei verschiedene Arten betrachtet.

Wenn nicht explizit anders erwähnt, werden in dieser Arbeit durchweg Einheiten mit $\hbar = c = k_B = 1$ verwendet.

1.2 Experimentaufbau

Das Kaonen-Spektrometer (KaoS) (siehe Abbildung 1.1) [Sen93] ist ein wegen der kurzen Lebensdauer der zu detektierenden Teilchen (Kaonen: $c\tau \approx 3.71$ m ; Pionen: $c\tau \approx 7.8$ m) kompakt gebautes doppelt-fokussierendes Quadropol-Dipol-Spektrometer mit Flugstrecken von 5.0 bis 6.5 m zwischen Target und Fokalebene. Das um Winkel von 0° bis 115° um das Target drehbare Spektrometer deckt impulsabhängig einen Raumwinkelbereich von 20 bis 35 msr ab, der horizontale Öffnungswinkel beträgt ± 70 mrad , der vertikale, bedingt durch die Fokussierung des Quadropolmagneten in diese Richtung, impulsabhängig ± 80 bis 160 mrad.

Der Dipolmagnet bildet nach $\rho B = \frac{p}{Z}$ (ρ : Bahnradius, B : magn. Flußdichte, p : Impuls des Teilchens, Z : el. Ladung des Teilchens) gleiche Impulse für Teilchen gleicher elektrischer Ladung auf gleiche Orte in der Fokalebene ab. Zusätzliche Flugzeitmessungen erlauben zusammen mit der aus der Teilchenbahn resultierenden Flugstrecke (entspricht einer Geschwindigkeitsmessung) bei bekanntem Impuls die Bestimmung der Ruhemasse.

Flugzeitdetektoren

- Der Flugzeitstartdetektor (ToF Start) besteht aus 16 vertikal angeordneten, beidseitig von Photovervielfachern ausgelesenen Szintillatorstreifen ($22 \times 3 \times 0.4$ cm^3) zwischen Quadropol und Dipol [Wag92].

- Der Flugzeitstoppdetektor (ToF Stop) [Pop93] in der Fokalebene besteht aus zwei parallelen Reihen von je 30 vertikalen Plastikszintillatorstreifen ($38 \times 3.7 \times 2$ cm^3), von denen in dem hier beschriebenen Experiment aber nur die vordere verwendet wurde.

Die Gesamtzeitauflösung beträgt nach [Wag92] knapp 400 ps (FWHM). Aus der Granularität der Detektoren folgt eine Impulsauflösung von $\frac{\delta p}{p} \approx 4\%$.

Detektoren zur Bahnrekonstruktion

Zur Rekonstruktion der Teilchenbahnen und damit zur Verbesserung der Impulsauflösung auf weniger als 2% und zur Unterdrückung von Trajektorien gestreuter Teilchen befinden sich vor der Fokalebene zwei Vieldrahtproportionalkammern (MWPC M und N, aktive Fläche 120×35 cm^2) sowie eine weitere (MWPC L, aktive Fläche 60×30 cm^2) neben dem

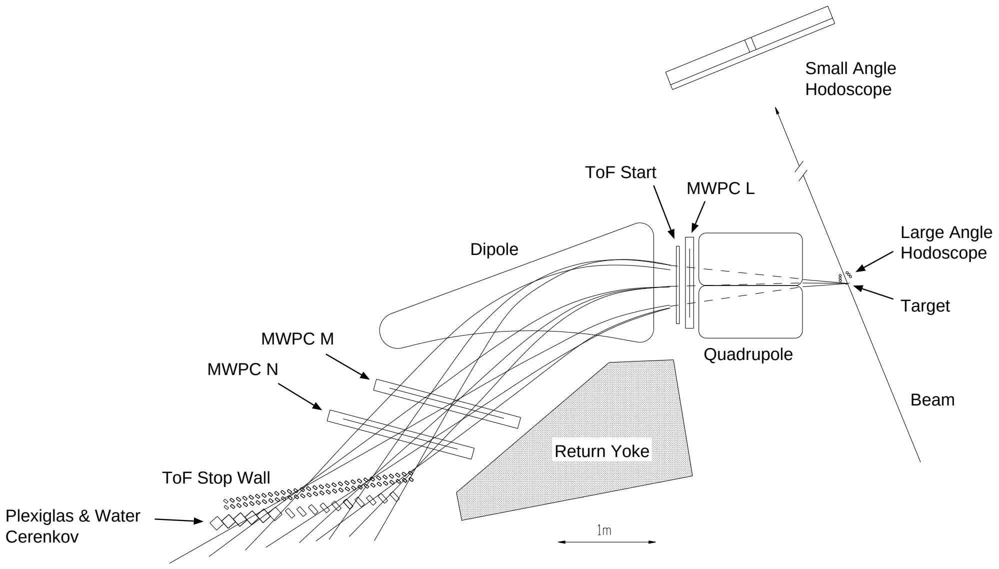

Abbildung 1.1: *Das Kaonenspektrometer*

Flugzeitstartdetektor zwischen Quadropol und Dipol. Es handelt sich um Detektoren mit zweifacher Gasverstärkung (siehe Abbildung 1.2), bei denen einer ersten Verstärkung der primären Ionisationselektronen um einen Faktor 100 im sogenannten "Preamplification Gap", ähnlich einem Parallelplattenzähler, eine weitere um einen Faktor 1000 im Bereich der Anode der eigentlichen Viehldrahtkammer folgt ([Ste91],[Sar91]).

Influenzsignale auf zwei orthogonal zueinander bespannten, auf Erdpotential liegenden Kathodendrahtebenen erlauben die Bestimmung zweier Raumkoordinaten mit einer einzigen MWPC. Die Vorteile dieses zweistufigen Aufbaus liegen in der hohen Nachweiseffizienz für minimal ionisierende Teilchen (größer als 95%) bei gleichzeitig relativ geringen Feldstärken an der Anode (Reduktion des Durchschlagsrisikos) sowie der Verzögerung des Signals durch die Driftzeit im Transferbereich von etwa 800 ns, die ein Verwerfen des Ereignisses durch den Flugzeittrigger vor Beginn der MWPC-Auslese ermöglicht. Als Gas wird ein Gemisch aus 78% Argon, 20% Kohlendioxid und 2% n-Hepthan verwendet [Stu96].

Der Cherenkov-Detektor

Als Geschwindigkeitsschwellendetektor zur Unterdrückung von Protonen und schweren Teilchen auf Triggerebene dient eine Reihe bestehend aus 10 Plexiglas- ($\beta_{Schwelle} = 0.67$) und 6 Wasser-Cherenkov-Detektoren ($\beta_{Schwelle} = 0.75$) hinter dem Flugzeitstoppdetektor.

Detektoren zur Ereignischarakterisierung

Mit Hilfe zweier Hodoskope können Daten nicht nur wie in dieser Arbeit für das Reaktionssystem C+C inklusiv, sondern auch in Abhängigkeit vom Stoßparameter und der Orientierung der Reaktionsebene analysiert werden:

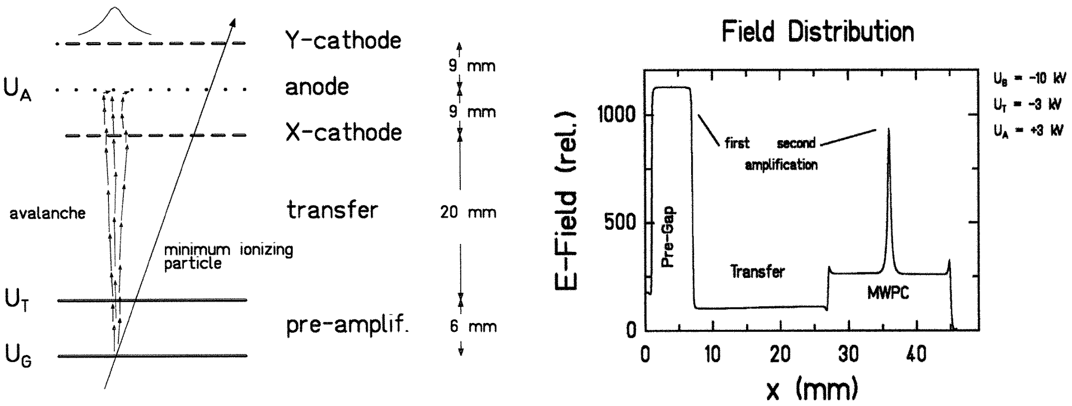

Abbildung 1.2: *Schematische Darstellung des Aufbaus (links) und der Feldstärkeverteilung (rechts) einer zweistufigen MWPC.*

- Das Großwinkelhodoskop besteht aus insgesamt 96 Plastikszintillatoren in drei konzentrischen Ringen, die im Abstand von 8 bis 13 cm zum Target einen Winkelbereich von 12° bis 48° relativ zur Strahlachse abdecken. Dorthin werden bevorzugt Nukleonen und Fragmente aus der Kollisionszone emittiert, so daß die Multiplizität im Detektor ein Maß für die Zentralität des Stoßes darstellt.

- Das Kleinwinkelhodoskop 7 m strahlabwärts deckt mit 380 Plastikszintillatoren einen Emissionswinkel von 0.5° bis 10° ab, in den vor allem nicht an der Reaktion beteiligte und innerhalb der Reaktionsebene abgelenkte Nukleonen und Fragmente emittiert werden. Teilchenidentifizierung bis Kernladungszahl $Z = 8$ ist über die Flugzeit und den Energieverlust im Detektor möglich.

Strahlnormierung

Zur Strahlnormierung dienen zwei Intensitätsmonitore, bestehend aus zwei Teleskopen mit je drei Szintillatoren im Abstand von 15 bis 30 cm zum Target unter einem Winkel von je 100° zur Strahlachse, deren Zählrate proportional zur Strahlintensität ist. Geeicht werden sie mit Hilfe eines bei verringerter Strahlintensität direkt in den Strahlengang eingefahrenen Szintillationsdetektors (B-Detektor).

Kapitel 2

Vom Experiment zum Laborimpulsspektrum

2.1 Das Experiment

Das hier beschriebene Experiment zur Mesonenproduktion fand im November 1995 am Kaonenspektrometer mit einem Strahl aus vollständig ionisiertem $^{12}C^{6+}$ bei kinetischen Strahlenergien von 9.6, 12.0, 14.4, 18.0, 21.6 und 24.0 GeV (0.8, 1.0, 1.2, 1.5, 1.8 und 2.0 AGeV) statt, wovon in dieser Arbeit die Pionendaten für $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ und 2.0 AGeV ausgewertet werden. Die Analyse der Daten zur Kaonenproduktion ist Gegenstand zweier Dissertationen in Vorbereitung ([Stu98],[Lau98]). Die jeweils gemessenen Laborwinkeleinstellungen des Spektrometers zeigt Tabelle 2.1.

Die Intensität des gepulsten Strahls lag bei etwa 1.0 bis $5.0 \cdot 10^8$ Teilchen pro Puls bei einer Pulslänge von 8 s. Die ebenfalls aus ^{12}C bestehenden Targets hatten Dicken von 4.0, 3.0, 2.0 und 1.0 mm (entsprechend Massenbelegungen von 748.9, 564.0, 371.6 und 188.5 mg/cm^2). Die in dieser Arbeit gezeigten Daten wurden durchweg mit dem 3 mm dicken Target gemessen. Dies entspricht etwa 2.7% der mittleren freien Weglänge der Projektile in diesem Targetmaterial.

Um Spektren über einen großen Laborimpulsbereich zu erhalten, wurde jede Einstellung

E^{kin}_{Beam} [AGeV]	$\vartheta_{Lab}(\pi^+)$	$\vartheta_{Lab}(\pi^-)$
0.8	44°	-
1.0	**44°, 54°**	**44°**
1.2	40°	-
1.5	32°, 40°, 48°	40°
1.8	32°, 40°, 48°	40°
2.0	**32°, 40°**	**40°**

Tabelle 2.1: *Strahlenergien und Spektrometereinstellungen während des Experiments im November 1995. Die dick gedruckten Eintragungen entsprechen den in dieser Arbeit ausgewerteten Einstellungen.*

$\lvert B_{Dipol}\rvert$ [T]	Δp_{Lab} [GeV/c]	*Trigger*
0.35	0.156 - 0.296	DF
0.6	0.267 - 0.507	ToF
0.9	0.400 - 0.760	ToF
1.4	0.622 - 1.182	ToF $\cap$ C
1.9	0.840 - 1.485	ToF $\cap$ C

Tabelle 2.2: *Laborimpulsbereiche und für die Pionenmessungen verwendete Triggerbedingungen zu den jeweiligen Magnetfeldeinstellungen ($\lvert B_{Dipol}\rvert = 1.9$ T nur für $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ AGeV und $\vartheta_{Lab} = 40°$).*

mit verschiedenen magnetischen Flußdichten gemessen (siehe Tabelle 2.2), negativ geladene Teilchen mit der umgekehrten Polarität wie positiv geladene.

Abhängig davon wurden zur Datenaufnahme unterschiedliche Triggerbedingungen verwendet. Grundlage ist ein Flugzeittrigger (ToF = *Time of Flight*), der die Datenauslese nur für Teilchen mit Geschwindigkeiten größer als der eines Protons startet (im Fall der Kaonenmessungen mit einem zusätzlichen unteren Schnitt zur Pionenunterdrückung). Abbildung 2.1 zeigt beispielhaft für eine Spektrometereinstellung an Hand der Massenverteilungen die Wirkungsweise des Triggers. Die Messungen bei magnetischen Flußdichten von $\lvert B_{Dipol}\rvert = 0.35$ T erfolgten mit nicht selektiven offenen Flugzeitfenstern (sogenannter DF - Trigger). Für die hohen Flußdichten ($\lvert B_{Dipol}\rvert = 1.4$ und 1.9 T) wurde wegen der in diesen Impulsbereichen geringen Flugzeitunterschiede zwischen Pionen, Kaonen und Protonen der geschwindigkeitsselektive Cherenkov-Detektor als weitere Triggerbedingung genutzt (ToF $\cap$ C).

Aus den verwendeten Magnetfeldeinstellungen (entsprechend Laborimpulsbereichen) und dem Spektrometerwinkel im Labor ϑ_{Lab} ergibt sich für die jeweilige Strahlenergie der abgedeckte Akzeptanzbereich im Transversalimpuls $p_\perp$ und in der Rapidität y für Pionen (siehe Abbildung 2.2).

Der Transversalimpuls der emittierten Teilchen

$$p_\perp = p \sin\vartheta \tag{2.1}$$

als Impulskomponente senkrecht zur Strahlachse ist eine Invariante bezüglich Lorentztransformationen zwischen sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten in Strahlrichtung bewegenden Bezugssystemen, somit auch zwischen dem Labor- und dem durch $\sum_i p_i^{CM} = 0$ definierten Schwerpunktsystem (CM = *Center of Momentum*) des Schwerionenstoßes.

Die Rapidität als dimensionsloses Geschwindigkeitsmaß in Strahlrichtung, definiert durch

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E + p_{||}}{E - p_{||}} \tag{2.2}$$

mit der Gesamtenergie des Teilchens E und der Projektion des Impulses

$$p_{||} = p\cos\vartheta \tag{2.3}$$

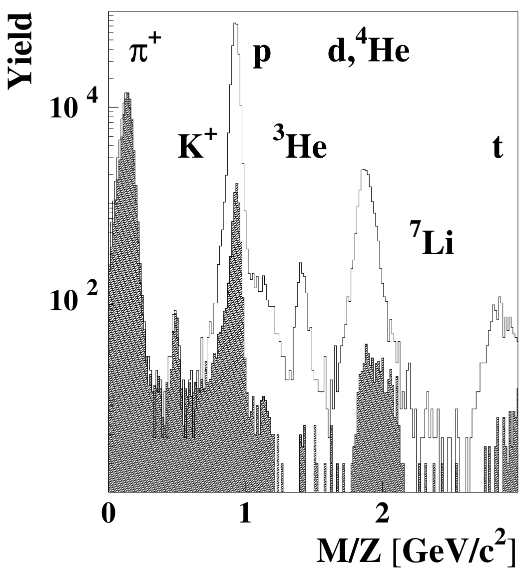

Abbildung 2.1: *Massenverteilungen nach der Datenanalyse für* $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ *AGeV,* $\vartheta_{Lab} = 40°$, $B_{Dipol} = 0.9$ *T für DF - Trigger und ToF (schraffiert) bei Skalierung auf gleiche Häufigkeit für Pionen.*

in Strahlrichtung, ist zwar keine Lorentzinvariante, doch aber eine bezüglich der Transformation in ein gleichförmig mit der Geschwindigkeit β bewegtes Bezugssystem additive Größe

$$y_2 = y_1 + \text{artanh}\beta \quad . \tag{2.4}$$

Die Rapidität des Schwerpunktsystems im Labor liegt für $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV bei $y = 0.68$ ($\beta = 0.59$) , bei $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ AGeV bei $y = 0.90$ ($\beta = 0.72$).

2.2 Eichung und Trajektorienrekonstruktion

Die Auswertung der während des Experiments im November 1995 auf Band geschriebenen Daten erfolgte im wesentlichen in drei Schritten, wobei die ersten beiden, die in diesem Abschnitt kurz beschrieben werden, im Rahmen einer Promotion zur Kaonenproduktion [Stu98] unter Verwendung des Analysesystem "GSI-Online-Offline-System" (GOOSY) durchgeführt wurden.

Im ersten Schritt (siehe zum Beispiel [Wag96],[Stu98], [Lau98]), der etwa eine Reduktion der Datenmenge um einen Faktor drei bewirkt und dessen Ergebnisse in sogenannten "Data-Summary-Tapes" gespeichert werden, wird eine Kalibration der Energieverlust- und Zeitsignale der Szintillationsdetektoren durchgeführt. Desweiteren erfolgt eine Bestimmung der Durchstoßpunkte in den drei Vieldrahtproportionalkammern aus den Schwerpunkten der Ladungsverteilungen auf den Kathodenebenen (siehe [Sar91],[Man97]), deren Halbwertsbreite auf Grund der Driftstrecke von 35 mm zwischen den beiden Gasverstärkungen im Pregap

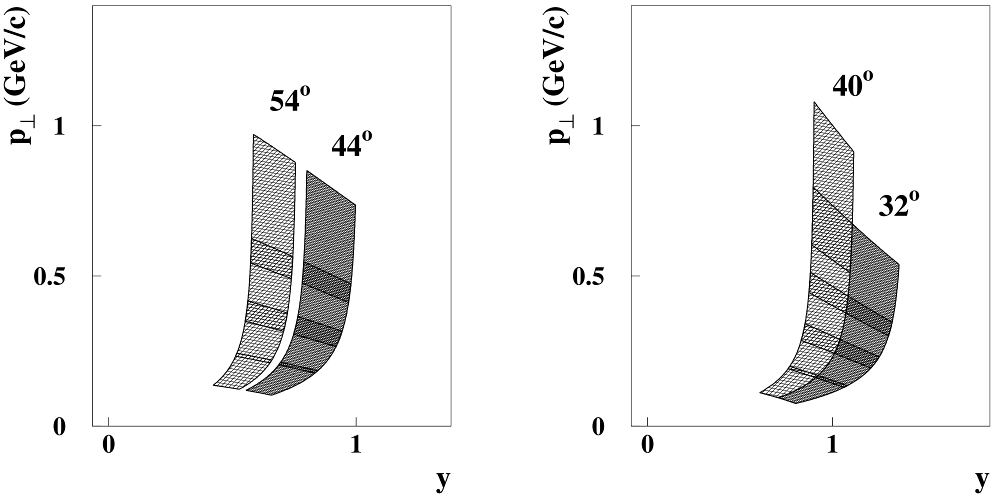

Abbildung 2.2: *Akzeptanzbereiche des Spektrometers in y und $p_\perp$ für Pionen bei E^{kin}_{Beam} = 1.0 AGeV (links) und E^{kin}_{Beam} = 2.0 AGeV (rechts) bei den jeweiligen Laborwinkeln ϑ_{lab}.*

und an der Anode sowie der Nachweismethode mittels Influenz von Bildladung auf die Kathodenebenen im Mittel 16 mm beträgt [Wag96]. Die Ortsauflösung ist dabei besser als 500μm [Sar91].

Der zweite Schritt der Analyse führt eine Verknüpfung der Detektorinformationen zur Rekonstruktion der Trajektorien der Teilchen von der Fokalebene bis zum Target sowie der Flugzeiten zur Ermittlung der Teilchengeschwindigkeiten durch (detailierte Beschreibungen in [Wag96],[Stu98]). Die erste Zuordnung findet dabei in der horizontalen Ebene des Spektrometers (x-Koordinate) statt.

Dazu dient eine aus Simulationsrechnungen mit Hilfe des Programmpaketes GEANT, die die Abbildungseigenschaften des Spektrometers und Energieverluste der Teilchen berücksichtigen, gewonnene Funktion

$$f_L(x_M, x_N)$$

zur Abbildung der aus Kombination der Koordinaten x_M und x_N in den Vieldrahtproportionalkammern MWPC M und MWPC N vor der Fokalebene folgenden Bahn auf die MWPC L zwischen Quadropol und Dipol.

Für den Fall mehrerer gleichzeitiger Teilchen während eines Ereignisses (das heißt Multiplizitäten größer als eins in den MWPC's) wird zunächst aus allen möglichen Kombinationen der x^i_M und x^j_N derjenigen mit der kleinsten Differenz

$$\left| x^k_L - f_L\left(x^i_M, x^j_N\right) \right|$$

zwischen dem tatsächlichen Meßwert x^k_L in der MWPC L und dem mit der Funktion berechneten eine durch (x^i_M, x^j_N, x^k_L) beschriebene Trajektorie zugeordnet. Diese Werte stehen damit für weitere Teilchenbahnen nicht mehr zur Verfügung und mit den verbleibenden wird zur Bestimmung der weiteren Trajektorien analog verfahren.

Zu den so gewonnenen Trajektorien können die zugehörigen Ereignisse in den Flugzeitdetektoren durch Vergleich ähnlicher Funktionen $f_D(x_L)$ für die Berechnung des aus x_L folgenden Szintillatorstreifens im benachbarten Flugzeitstartdetektor und analog $f_{FF}(x_M, x_N)$ für den Flugzeitstoppdetektor mit den gemessenen Werten zugeordnet werden. Aus den jeweils zu einer Teilchenbahn gehörenden Kombinationen von Ereignissen in den beiden Flugzeitdetektoren folgt mit einer Auflösung von $\Delta p/p \approx 4\%$ der Impuls des Teilchens. Ein genaueres Verfahren unter Verwendung einer ebenfalls aus Simulationsrechnungen gewonnenen Abbildungsfunktion unter Verwendung der genaueren Drahtkammerpositionen, das eine impulsabhängige Verbesserung der Auflösung auf 1 bis 3% ergibt (siehe [Wag96]), wurde nicht verwendet.

Weiterhin wird in diesem zweiten Analyseschritt die Effizienz der Vieldrahtproportionalkammern bestimmt. Hierzu werden nur Ereignisse verwendet, bei denen die Multiplizität in jedem Detektor maximal 1 beträgt. Eine Teilchenidentifikation zur teilchenartabhängigen Effizienzbestimmung erfolgt dabei lediglich über die Flugzeit.

Für die MWPC L erfolgt ein Vergleich der Ereignisse einer Teilchensorte in einem Szintillatorstreifen des direkt benachbarten Flugzeitstartdetektors mit denjenigen im zugehörigen Bereich der MWPC,

$$\epsilon_L^\pi = \frac{N_L^\pi}{N_D^\pi} \qquad .$$

Die Effizienz der beiden anderen Vieldrahtproportionalkammern ergibt sich auf analoge Weise durch Vergleich untereinander, da beide direkt hintereinander positioniert sind,

$$\epsilon_{M(N)}^\pi = \frac{N_{M(N)}^\pi}{N_{N(M)}^\pi} \qquad .$$

Über die in dieser Arbeit ausgewerteten Messungen gemittelt, ergeben sich die Effizienzen zu

$$\epsilon_L^\pi = 0.938 \pm 0.011 \qquad ,$$
$$\epsilon_M^\pi = 0.968 \pm 0.007 \qquad ,$$
$$\epsilon_N^\pi = 0.982 \pm 0.005 \qquad .$$

2.3 Teilchenidentifikation und Wirkungsquerschnitte

Der dritte Schritt der Datenanalyse beruht auf in [Man97], [Lau98] vor allem zur Auswertung von Kaonen-Daten entwickelten Programmen auf Basis des Analysesystems "Physics Analysis Workstation" (PAW) [CNA95].

Zur stärkeren Selektion "guter" Teilchenspuren aus den nach dem in Abschnitt 2.2 beschriebenen Verfahren bestimmten Trajektorien wurde eine größere Einschränkung der erlaubten Abweichung zwischen den gemessenen x-Koordinaten in der MWPC L x_L und den berechneten $f_L(x_M, x_N)$ vorgenommen. Abbildung 2.3 zeigt den akzeptierten Bereich, dessen Breite zu $\pm\ 3\ \sigma$ um den Mittelwert, bestimmt durch Anpassung einer Gauß-Verteilung, festgelegt wurde, beispielhaft für positive Pionen bei $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 40°$ und $B_{Dipol} = 0.9$ T.

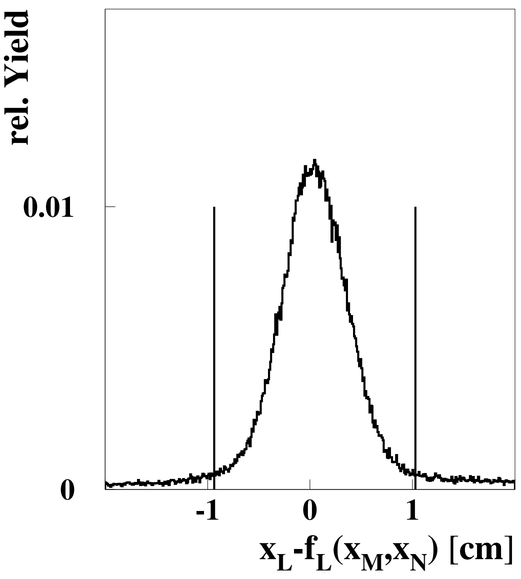

Abbildung 2.3: *Vergleich der gemessenen x-Koordinaten in der MWPC L mit den berechneten nach $f_L(x_M, x_N)$ für $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 40°$, $B_{Dipol} = 0.9$ T. Die Linien kennzeichnen den in der Analyse akzeptierten Bereich.*

Die Teilchenidentifikation erfolgt dann über das Verhältnis Masse M zu Ladung Z, das nach

$$\frac{M^2}{Z^2} = \frac{p^2}{Z^2}\left[\left(\frac{t}{l}\right)^2 - 1\right] \tag{2.5}$$

aus dem Impuls p, der Flugzeit t zwischen den getroffenen Start- und Stoppdetektorstreifen und der damit verbundenen mittleren Weglänge l bestimmt wird.

Abbildung 2.4 zeigt beispielhaft eine solche Massenverteilung für $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 40°$ und $B_{Dipol} = 0.9$ T im Bereich der Pionenmasse. Der in der Analyse akzeptierte Bereich ist hierin schraffiert dargestellt. Die Beiträge mit "negativen" Massen entstehen teilweise durch Pionen mit hohen Geschwindigkeiten, deren Flugzeiten in der Größenordnung der Zeitauflösung der Flugzeitdetektoren von 400 ps (FWHM) liegen. Diese werden deshalb als "gute" Teilchen akzeptiert.

Das "Auszählen" der Massenverteilungen erfolgt in konstanten Intervallen im Laborimpuls der Teilchen von $\Delta p_{Lab} = 20$ MeV. Der differentielle Wirkungsquerschnitt im Impuls p_{Lab} und im abgedeckten Raumwinkel Ω_{Lab} ergibt sich aus der Ausbeute an Pionen N_π zu

$$\frac{d^2\sigma}{dp_{Lab}\, d\Omega_{Lab}} = \frac{M_T}{N_A\, d_T}\,\frac{1}{N_{Beam}}\,\frac{1}{\epsilon}\,\frac{N_\pi(p_{Lab}, \Omega_{Lab})}{f_{acc}(p_{Lab}, \Omega_{Lab})} \quad . \tag{2.6}$$

Die Molmasse des Targets M_T, seine Massenbelegung d_T und die Avogadrokonstante N_A ergeben dabei die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit für die Projektile im Target. Die

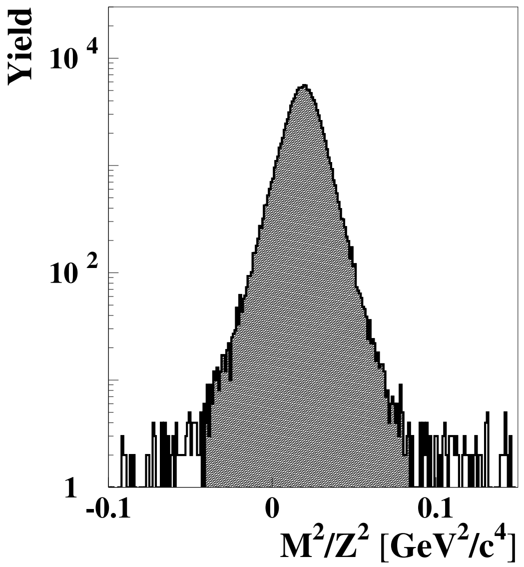

Abbildung 2.4: *Massenspektrum im Bereich der Pionenmasse für* $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ *AGeV*, $\vartheta_{Lab} = 40°$, $B_{Dipol} = 0.9$ *T. Der in der Analyse akzeptierte Bereich ist schraffiert dargestellt.*

Anzahl der Strahlteilchen N_{Beam} wird durch Mittelung der Zählrate der zwei in Abschnitt 1.2 beschriebenen Intensitätsmonitore bestimmt, wobei der Proportionalitätsfaktor in gesonderten Messungen mit verringerter Strahlintensität bestimmt wird. Die Effizienz ϵ setzt sich aus der Totzeit der Datenaufnahme $\epsilon_{dead} = (1 - t_{dead})$, der Effizienz der Vieldrahtproportionalkammern $\epsilon_{MWPC} = (\epsilon_L \times \epsilon_M \times \epsilon_N)$ (siehe Abschnitt 2.2) und der Triggereffizienz ϵ_{trig} zusammen. Die Bestimmung von ϵ_{dead} erfolgt dabei aus während des Experiments aufgezeichneten Scaler-Informationen, die einmal die Zahl der Ereignisse insgesamt und andererseits diejenige der von der Datenaufnahme erfaßten festhalten. Die Triggereffizienz für Pionen wird zu 1 angenommen. Der letzte Punkt ist die Korrektur der Akzeptanz des Spektrometers $f_{acc}(p_{Lab}, \Omega_{Lab})$, die mit Simulationsrechnungen mit Hilfe des Programmpaketes GEANT bestimmt wird.

Abbildung 2.5 zeigt beispielhaft für die magnetische Flußdichte $B_{Dipol} = 0.9$ T bei $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV und $\vartheta_{Lab} = 40°$ wie aus der Pionenzählrate N_π durch Normierung und Akzeptanzkorrektur Wirkungsquerschnitte entstehen.

Nach fehlergewichteter Addition der bei unterschiedlichen magnetischen Flußdichten einer Spektrometereinstellung bestimmten Abschnitte der Wirkungsquerschnitte als Funktion des Laborimpulses entstehen für die hier ausgewerteten Daten die in den Abbildungen 2.6 bis 2.8 gezeigten spektralen Verteilungen. Sie enthalten lediglich statistische Fehler aus der Teilchenzählrate und der Simulation der Spektrometerakzeptanz.

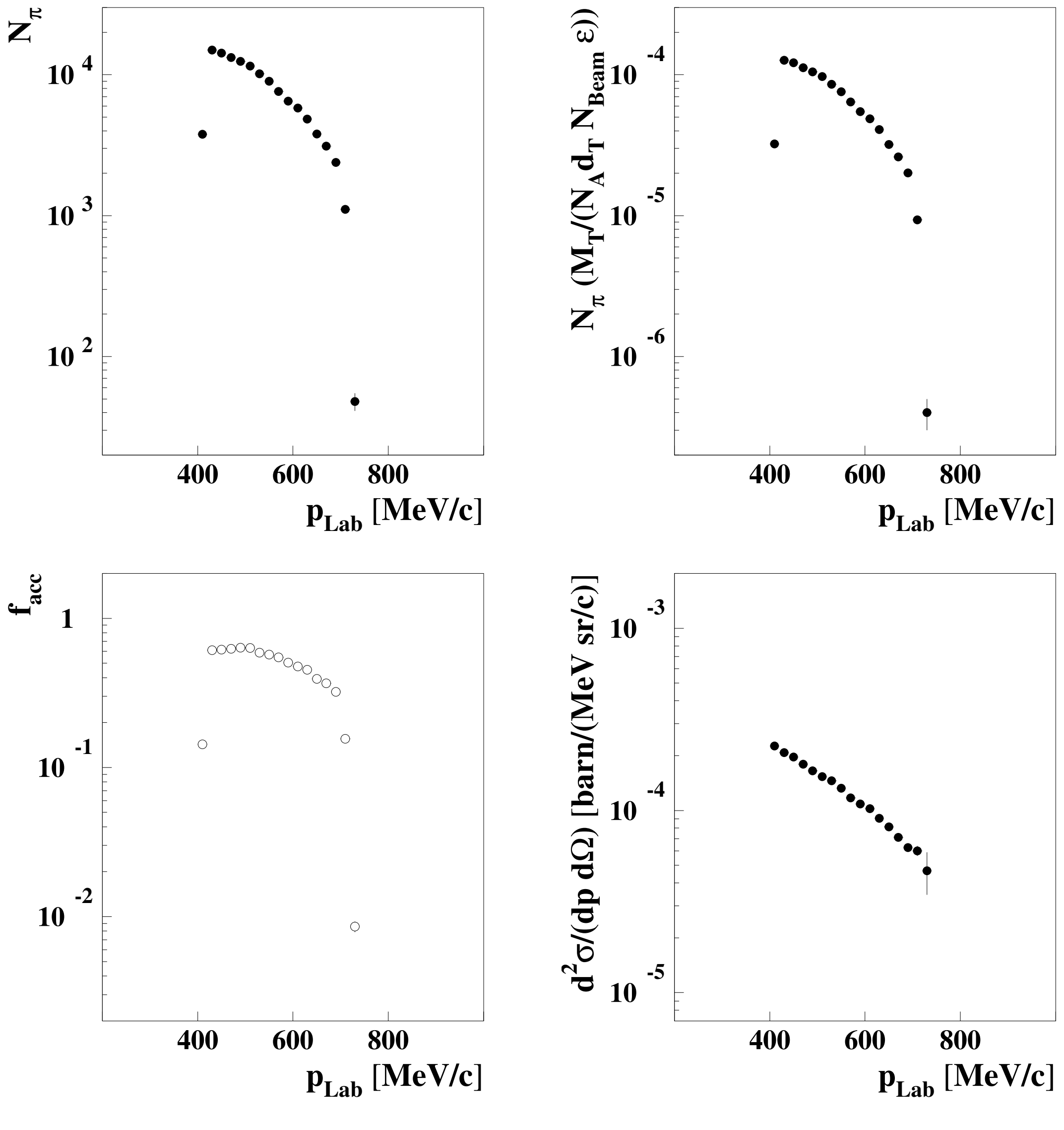

Abbildung 2.5: *Zählrate positiver Pionen für $E^{kin}_{Beam} = 2.0\ AGeV$, $\vartheta_{Lab} = 40°$, $B_{Dipol} = 0.9\ T$ (oben links), nach Normierung und Effizienzkorrektur (oben rechts), die Akzeptanzkorrektur (unten links) und der daraus resultierende Wirkungsquerschnitt (unten rechts).*

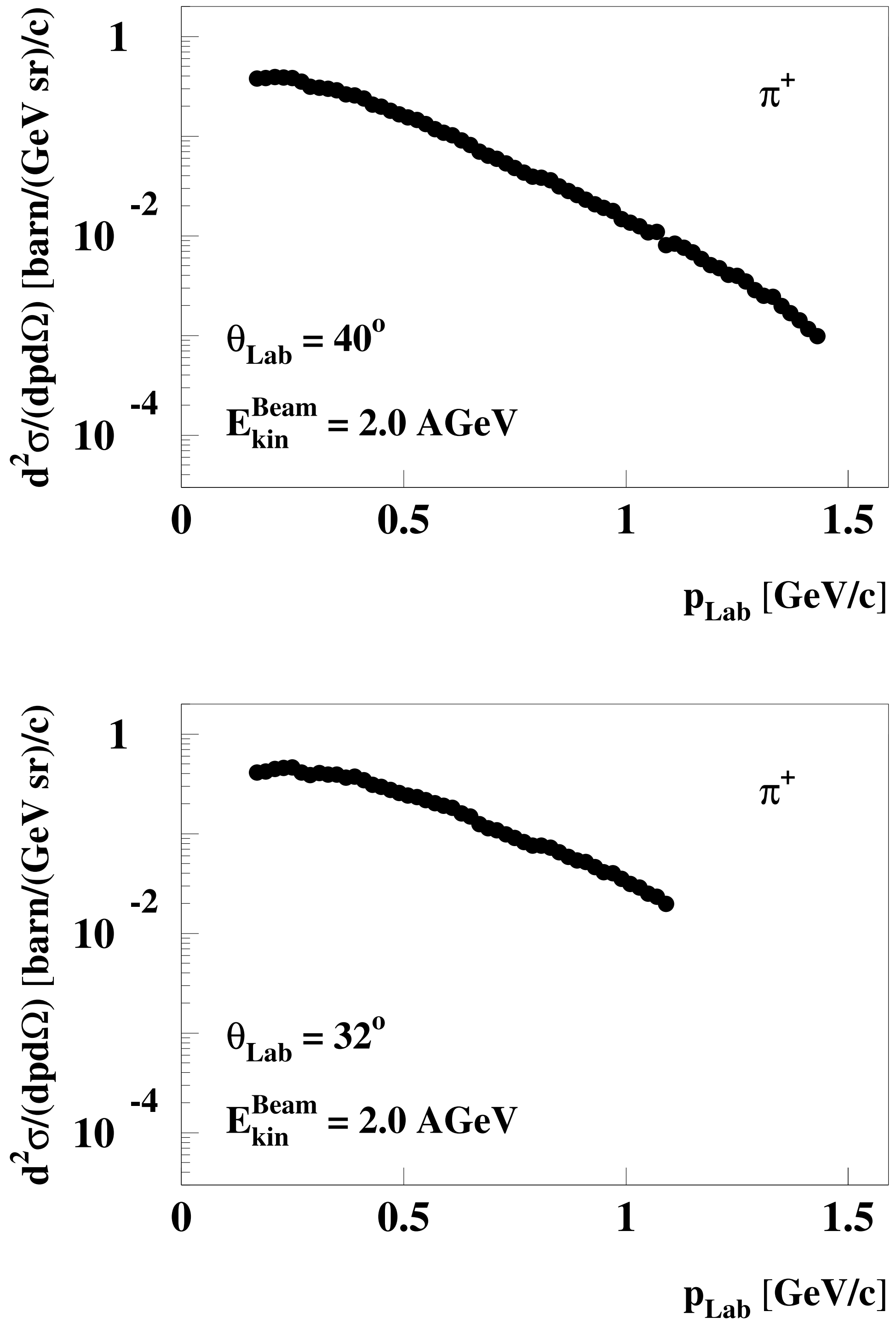

Abbildung 2.6: *Wirkungsquerschnitte für positive Pionen in Abhängigkeit vom Laborimpuls bei einer kinetischen Strahlenergie von* $E^{kin}_{Beam} = 2.0\ AGeV$.

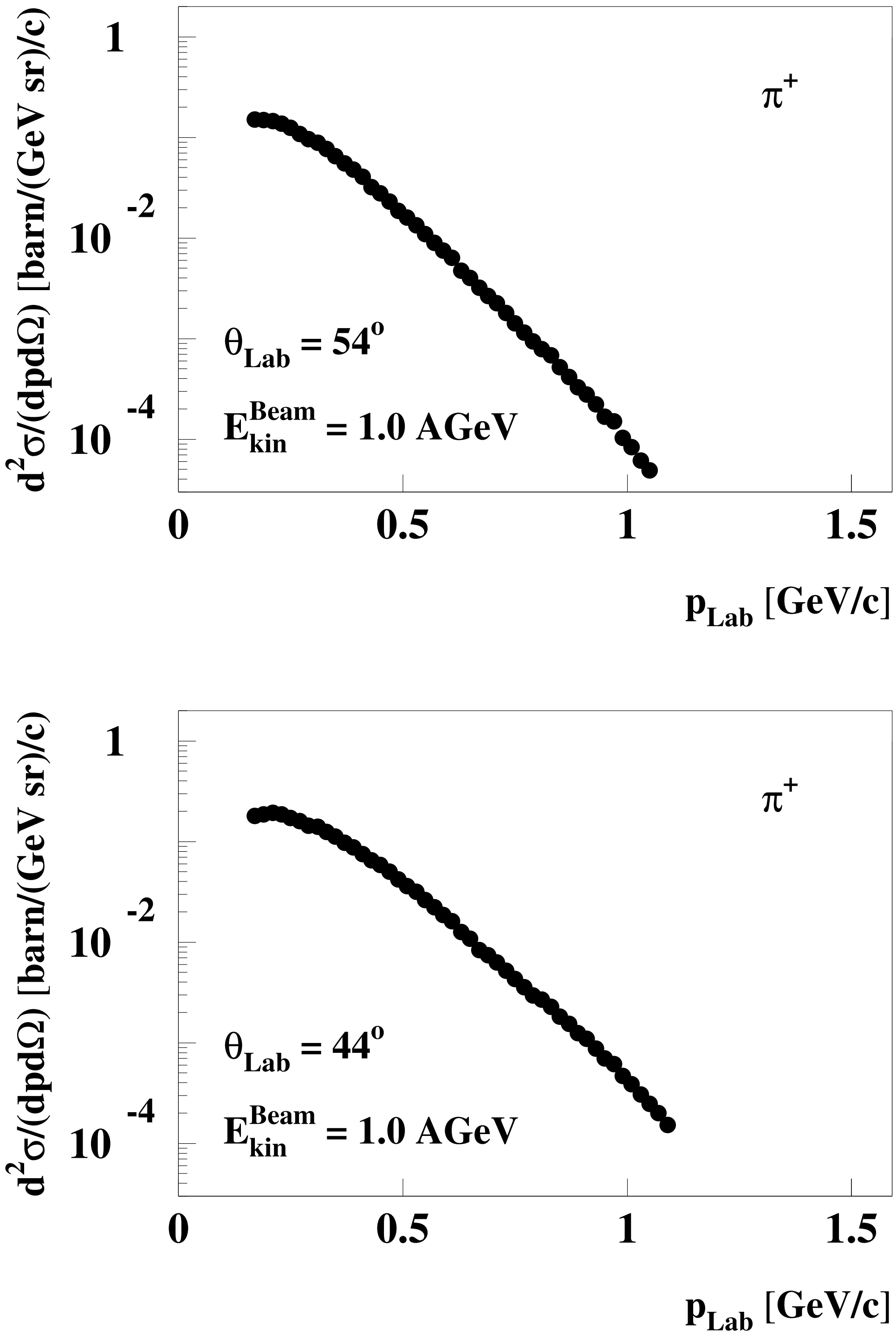

Abbildung 2.7: *Wirkungsquerschnitte für positive Pionen in Abhängigkeit vom Laborimpuls bei einer kinetischen Strahlenergie von* $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ *AGeV.*

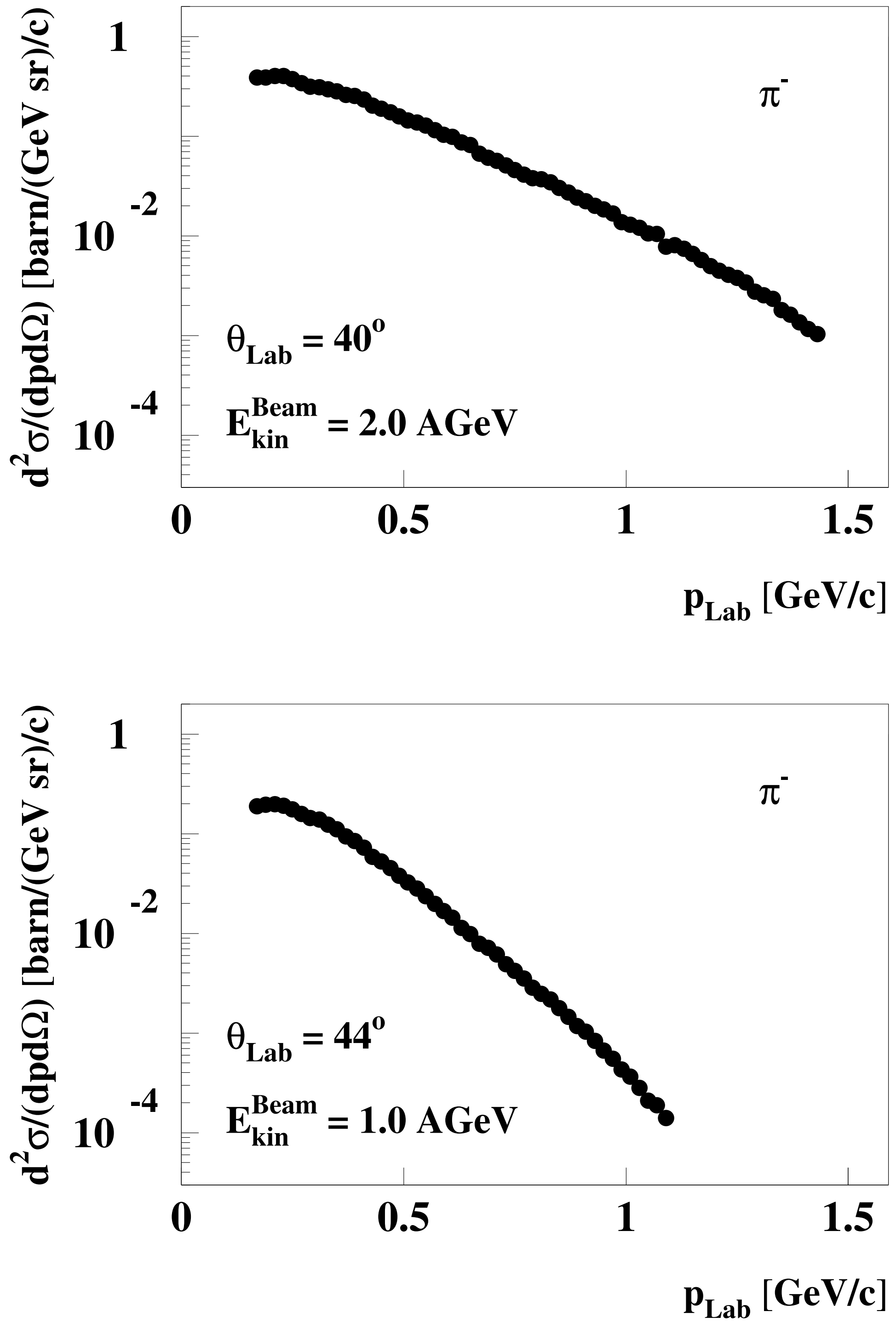

Abbildung 2.8: *Wirkungsquerschnitte für negative Pionen in Abhängigkeit vom Laborimpuls.*

Kapitel 3

Diskussion der experimentellen Ergebnisse

3.1 Transformation ins Schwerpunktsystem

Die Lorentztransformation der Variablen Energie E und Impuls p eines Teilchens zwischen dem Laborsystem und dem mit der Geschwindigkeit β entlang der Strahlachse bewegten Schwerpunktsystem ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} p_{||}^{CM} &= \gamma(p_{||}^{Lab} - \beta E^{Lab}) \\ p_{\perp}^{CM} &= p_{\perp}^{Lab} \\ E^{CM} &= \gamma(E^{Lab} - \beta p_{||}^{Lab}) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dabei ist $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $p_{||}$ und $p_{\perp}$ wie in Abschnitt 2.1.

Die Umrechnung der Wirkungsquerschnitte erfolgt mit Hilfe des invarianten Wirkungsquerschnitts, der auf der Lorentzinvarianz des Phasenraumelements $\frac{d^3p}{E}$ beruht,

$$\sigma_{inv} = E\frac{d^3\sigma}{dp^3} \quad . \tag{3.2}$$

Mit der Zerlegung

$$d^3p = dp_x\, dp_y\, dp_z = p^2\, dp\, \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi = p^2\, dp\, d\Omega$$

und der aus der Energie-Impuls-Beziehung

$$E = \sqrt{p^2 + m_0^2} \tag{3.3}$$

folgenden Identität

$$p\, dp = E\, dE$$

folgt

$$\sigma_{inv} = E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = E\frac{1}{p^2}\frac{d^2\sigma}{dp\,d\Omega} = E\frac{1}{pE}\frac{d^2\sigma}{dE\,d\Omega} \quad . \tag{3.4}$$

Nutzt man die Lorentzinvarianz von σ_{inv} , so erhält man

$$\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)_{CM} = \left(\frac{1}{pE}\frac{d^2\sigma}{dE\,d\Omega}\right)_{CM} = \frac{E_{Lab}}{E_{CM}p_{Lab}^2}\left(\frac{d^2\sigma}{dp\,d\Omega}\right)_{Lab} \quad . \tag{3.5}$$

Die derart transformierten Spektren sind in den Abbildungen 3.1 und 3.2 zu sehen.

3.2 Anpassung der spektralen Verteilungen

Obwohl an dieser Stelle noch kein bestimmtes Modell für die Pionenproduktion in Schwerionenreaktionen verwendet werden soll, dient die invariante Impulsverteilung für Teilchen, die von einer thermischen Quelle mit Volumen V und Temperatur T emittiert werden (in Maxwell-Boltzmann-Näherung $E \gg T$),

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = \frac{gV}{(2\pi)^3}E\exp\left(-\frac{E-\mu}{T}\right) \tag{3.6}$$

(siehe zum Beispiel [Sch93]), mit dem Spin-Isospin-Entartungsfaktor g und dem chemischen Potential μ, als Ausgangspunkt für eine Parametrisierung der Daten. Für Pionen gilt $\mu = 0$, da sie weder Baryonen sind ($B = 0$), noch Strangeness ($S = 0$), Charm ($C = 0$), etc. tragen. Damit folgt

$$\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)_{CM} = \left(\frac{1}{pE}\frac{d^2\sigma}{dE\,d\Omega}\right)_{CM} \sim \exp\left(-\frac{E_{CM}}{T}\right) \quad . \tag{3.7}$$

Wie bereits die Pionenspektren in schwereren Reaktionssystemen (siehe zum Beispiel [Mun93],[Wag96]) zeigen vor allem die Verteilungen bei $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV auf Grund ihrer konkaven Form Abweichungen von einer Exponentialfunktion, die bei logarithmischer Auftragung wie in den Abbildungen 3.1 und 3.2 eine Gerade ergeben würde. Da hier trotz obigen Ansatzes eine nicht modellgebundene, dafür aber vor allem gute Parametrisierung der Daten, unter anderem zur Extrapolation über den gemessenen Bereich hinaus zur Bestimmung integraler Wirkungsquerschnitte in Abschnitt 3.3, angestrebt wird, wird für alle Verteilungen eine Summe zweier Exponentialfunktionen verwendet, wie zum Beispiel auch in den oben zitierten Referenzen für schwerere Stoßsysteme,

$$\left(\frac{1}{pE}\frac{d^2\sigma}{dE\,d\Omega}\right)_{CM} = \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{CM}}{T_i}\right) \quad . \tag{3.8}$$

Den Parametern C_i und T_i soll dabei keine physikalische Bedeutung beigemessen werden, Zweck ist lediglich eine Approximation mit möglichst kleiner Fehlerquadratsumme χ^2, weshalb die T_i in diesem Zusammenhang auch nicht als "Temperaturen" sondern als " inverse Steigungsparameter" bezeichnet werden. Die durchgezogenen Linien in den Abbildungen 3.1 und 3.2 stellen derartige, unter Verwendung des Programmpaketes MINUIT [CNA93] durchgeführte Anpassungen dar, die zugehörigen Parameter sind in Tabelle 3.1 gezeigt. Für

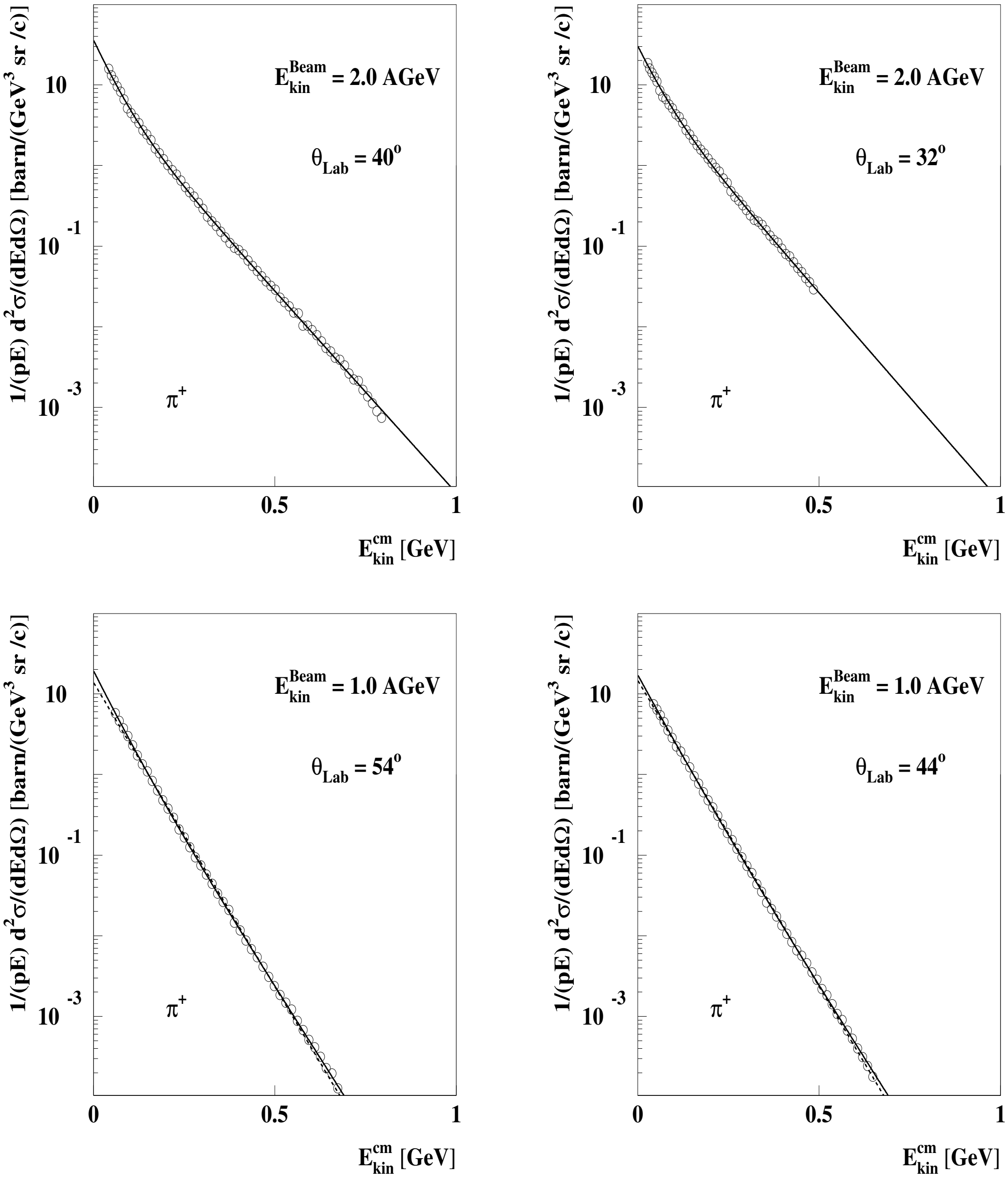

Abbildung 3.1: *Mit $1/(pE)$ gewichtete Wirkungsquerschnitte für positive Pionen in Abhängigkeit von der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem. Die durchgezogenen Linien stellen Anpassungen nach Gleichung (3.8) dar, die gestrichelten für $E_{Beam}^{kin} = 1.0\ AGeV$ zum Vergleich mit nur einer Exponentialfunktion.*

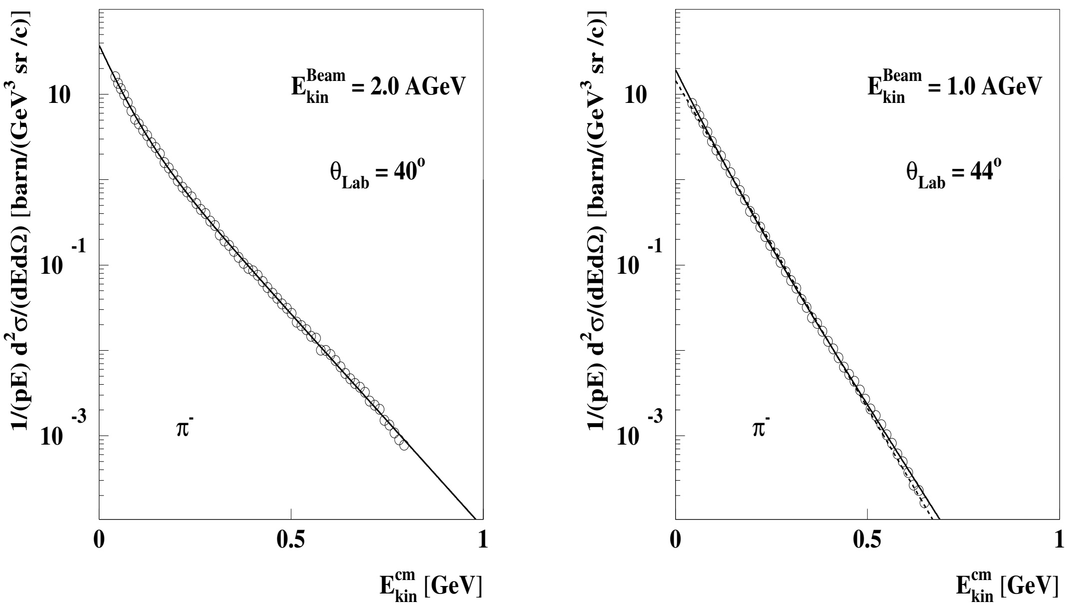

Abbildung 3.2: *Mit* $1/(pE)$ *gewichtete Wirkungsquerschnitte für negative Pionen in Abhängigkeit von der kinetischen Energie im Schwerpunktsystem. Die durchgezogenen Linien stellen Anpassungen nach Gleichung (3.8) dar, die gestrichelte für* $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ *AGeV zum Vergleich mit nur einer Exponentialfunktion.*

$E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV sind zum Vergleich mit gestrichelten Linien außerdem Anpassungen mit einer Exponentialfunktion eingezeichnet, hier sind die Abweichungen minimal.

Zunächst wurde der hochenergetische Teil des Spektrums ($E_{CM}^{kin} \geq 0.4$ GeV, außer für $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 32°$, dort $E_{CM}^{kin} \geq 0.3$ GeV, da ein kürzerer Energiebereich gemessen ist) mit einer Exponentialfunktion angepaßt, die daraus folgenden Werte festgehalten und bei einer zweiten Anpassung mit der Summe zweier Maxwell-Boltzmann-Verteilungen die verbleibenden zwei Parameter variiert. Der somit erhaltene Parametersatz diente als Startwert für den endgültigen Fit mit vier frei variierbaren Parametern.

3.3 Inklusive integrale Wirkungsquerschnitte

Die Bestimmung einfach differentieller Wirkungsquerschnitte nach dem gemessenen Raumwinkel im Labor aus den mit der in Abschnitt 2.1 gezeigten Phasenraumakzeptanz unter festem Laborwinkel ϑ_{Lab} gemessenen doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitten erfolgt durch Integration über den Impuls im Laborsystem. Der integrale Wirkungsquerschnitt wird, da die Winkelverteilung der Pionen hier nicht bestimmt wird, in erster Näherung unter Annahme isotroper Teilchenemission im Schwerpunktsystem durch Integration über Impuls und Raumwinkel bestimmt. Dazu werden die spektralen Verteilungen mit Hilfe der in Abschnitt

Messung	C_1 [barn/(GeV^3 sr/c)]	T_1 [MeV]	C_2 [barn/(GeV^3 sr/c)]	T_2 [MeV]
$\pi^+, 2.0\text{AGeV}, 40°$	44 ± 3	86.8 ± 0.7	869 ± 141	40.4 ± 1.5
$\pi^-, 2.0\text{AGeV}, 40°$	42 ± 2	86.8 ± 0.6	1001 ± 162	39.6 ± 1.4
$\pi^+, 2.0\text{AGeV}, 32°$	53 ± 4	84.0 ± 1.0	672 ± 85	40.0 ± 1.3
$\pi^+, 1.0\text{AGeV}, 54°$	74 ± 8	61.6 ± 0.5	302 ± 35	43.1 ± 1.3
$\pi^+, 1.0\text{AGeV}, 44°$	63 ± 7	62.1 ± 0.5	193 ± 13	48.2 ± 0.9
$\pi^-, 1.0\text{AGeV}, 44°$	72 ± 7	61.5 ± 0.5	320 ± 30	42.7 ± 1.1

Tabelle 3.1: *Parameter aus der Anpassung der spektralen Verteilungen mit der Summe aus 2 Maxwell-Boltzmann-Verteilungen.*

Messung	$(d\sigma/d\Omega)_{Lab}$ [barn/sr]	σ [barn]
$\pi^+, 2.0\text{AGeV}, 40°$	0.15 ± 0.011	0.74 ± 0.05
$\pi^-, 2.0\text{AGeV}, 40°$	0.15 ± 0.010	0.74 ± 0.05
$\pi^+, 2.0\text{AGeV}, 32°$	0.21 ± 0.013	0.70 ± 0.04
$\pi^+, 1.0\text{AGeV}, 54°$	0.041 ± 0.003	0.33 ± 0.02
$\pi^+, 1.0\text{AGeV}, 44°$	0.059 ± 0.003	0.33 ± 0.02
$\pi^-, 1.0\text{AGeV}, 44°$	0.059 ± 0.003	0.33 ± 0.02

Tabelle 3.2: *Aus der Anpassung der Spektralen Verteilungen ermittelte integrierte Wirkungsquerschnitte, unter der Annahme isotroper Emission im Schwerpunktsystem.*

3.2 bestimmten Parametrisierung zu höheren wie niedrigeren Impulsen über den gemessenen Bereich hinaus extrapoliert. Mit den Gleichungen (3.5) und (3.8) folgt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Lab} (\vartheta_{Lab} = const.) = \sum_{i=1}^{2} C_i \int_0^\infty \frac{E_{CM}}{E_{Lab}} p_{Lab}^2 \exp\left(-\frac{E_{CM}}{T_i}\right) dp_{Lab} \quad , \tag{3.9}$$

$$\sigma = 4\pi \sum_{i=1}^{2} C_i \int_0^\infty p_{CM}^2 \exp\left(-\frac{E_{CM}}{T_i}\right) dp_{CM} \quad . \tag{3.10}$$

Die Integration erfolgte numerisch mit Hilfe einer Simpson-Prozedur, die resultierenden Wirkungsquerschnitte sind in Tabelle 3.2 angegeben. Verwendet man für $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV die Anpassungen mit nur einer Exponentialfunktion, so erhält man für die integrierten Wirkungsquerschnitte um etwa $5 - 10\%$ niedrigere Werte, was mit dem leicht unterschiedlichen Verlauf bei niedrigen Pionen-Energien und der daraus folgenden Extrapolation zu erklären ist.

Die bestimmten Werte stimmen im Rahmen der Fehler gut mit veröffentlichten Wirkungsquerschnitten der TAPS-Kollaboration zur Produktion neutraler Pionen im gleichen Stoßsystem überein, die in [Ave97] zu $\sigma(E_{Beam}^{kin} = 2.0\text{AGeV}) = 0.707 \pm 0.072$ barn beziehungsweise $\sigma(E_{Beam}^{kin} = 1.0\text{AGeV}) = 0.287 \pm 0.021$ barn angegeben werden. Der Vergleich der spektralen Verläufe zeigt jedoch, daß sich die dort gezeigten Daten auch bei $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV mit nur einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung anpassen lassen, wobei der inverse Steigungsparameter

$\lvert B_{Dipol}\rvert$ [T]	Δp_{Lab} [GeV/c]	ϑ_{CM}
0.35	0.156 - 0.296	$117.3° - 89.6°$
0.6	0.267 - 0.507	$101.0° - 81.3°$
0.9	0.400 - 0.760	$95.2° - 79.3°$
1.4	0.622 - 1.182	$92.2° - 78.4°$
1.9	0.840 - 1.485	$91.3° - 78.1°$

Tabelle 3.3: *Gemessene Emissionswinkelbereiche im Schwerpunktsystem in Abhängigkeit von $\lvert B_{Dipol}\rvert$ für $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV und $\vartheta_{Lab} = 40°$ unter Berücksichtigung von $\Delta\vartheta_{Lab} = \pm 4°$.*

mit dem für die hochenergetischen Bereiche aus dieser Arbeit übereinstimmt.

Daß der stärkere Anstieg bei kleiner Energie der am Kaonenspektrometer gemessenen Wirkungsquerschnitte mit der Ladung der detektierten Pionen zusammenhängt, kann auf Grund der Tatsache, daß für positiv wie negativ geladene Teilchen exakt der gleiche Effekt beobachtet wird, als äußerst unwahrscheinlich angesehen werden.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Messungen liegt in den jeweils abgedeckten Phasenraumbereichen. Während das Magnetspektrometer KaoS die in Abbildung 2.2 gezeigten Bereiche in der Rapidität y und dem Transversalimpuls $p_\perp$ abdeckt, wobei für $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 40°$ der senkrechte Teil bei hohen Impulsen bei der Rapidität des Schwerpunktsystems im Labor von $y = 0.9$ liegt, sind die TAPS-Daten bei gleicher Strahlenergie für ein konstantes Rapiditätsintervall von $0.8 \leq y \leq 1.08$ ausgewertet. Im folgenden Kapitel wird deshalb die Auswirkung der Emissionswinkelverteilung auf die Form der mit dem Kaonenspektrometer gemessenen spektralen Verteilungen untersucht.

3.4 Einfluß einer Winkelverteilung auf die Spektrenform

Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, bedingt die Messung unter festen Laborwinkeleinstellungen des Spektrometers ($\vartheta_{Lab} = const.$) , daß unterschiedliche Impulsbereiche der Spektren nicht bei exakt gleicher Rapidität gemessen werden (siehe Abbildung 2.2).

Entsprechend können Pionen mit unterschiedlichen Laborimpulsen unter verschiedenen Winkeln ϑ_{CM} im Schwerpunktsystem der Reaktion emittiert worden sein. Eine Abschätzung unter Berücksichtigung der Spektrometerakzeptanz von $\Delta\vartheta_{Lab} = \pm 4°$ kann für die in Tabelle 2.2 gezeigten, den jeweiligen Magnetfeldeinstellungen zugeordneten Laborimpulsbereiche gefunden werden. Ausgehend von der Energie-Impuls-Beziehung (3.3) und der Definition des Parallelimpulses $p_{||}$ (2.3) erhält man

$$p_{CM} = \sqrt{E_{CM}^2 - m_\pi^2} \qquad \text{und} \qquad \cos\vartheta_{CM} = \frac{p_{||}^{CM}}{p_{CM}} \quad .$$

Bestimmt man E_{CM} und p_{CM} mit Hilfe der Lorentztransformation (3.1) aus den entsprechenden Laborgrößen, ergibt sich für den Emissionswinkel im Schwerpunktsystem

$$\vartheta_{CM} = \arccos\left(\frac{\gamma\left(p_{Lab}\,\cos\vartheta_{Lab} - \beta\sqrt{p_{Lab}^2 + m_\pi^2}\right)}{\sqrt{\gamma^2\left(\sqrt{p_{Lab}^2 + m_\pi^2} - \beta p_{Lab}\,\cos\vartheta_{Lab}\right)^2 - m_\pi^2}}\right) \quad . \tag{3.11}$$

Damit ergeben sich unter Berücksichtigung der Winkelakzeptanz von $\Delta\vartheta_{Lab} = \pm 4°$ zum Beispiel für die Messung bei einer kinetischen Strahlenergie von $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV unter einem Spektrometerwinkel von $\vartheta_{Lab} = 40°$ im Labor für die mit den jeweiligen magnetischen Flußdichten gemessenen Impulsbereiche die in Tabelle 3.3 aufgeführten Emissionswinkelbereiche im Schwerpunktsystem.

Erfolgt die Emission der Pionen im Schwerpunktssystem isotrop, so wird die spektrale Verteilung davon nicht beeinflußt, eine anisotrope Verteilung, wie sie für verschiedene Reaktionssysteme bei ähnlichen Strahlenergien sowohl für Pionen (siehe zum Beispiel [Hay88],[Wag96]), als auch für Kaonen (siehe zum Beispiel [Man97]) gefunden wurden, würde aber die niedrigen Impulse eher beeinflussen als höhere, da hier relativ zur Breite des Bereiches in p_{Lab} ein wesentlich größerer Emissionswinkelbereich im Schwerpunktsystem betrachtet wird.

Um den Einfluß einer nicht isotropen Emissionswinkelverteilung auf die Form der spektralen Verteilung abzuschätzen, wurden Monte-Carlo-Simulationsrechnungen durchgeführt. Hierbei wird für jedes Pion mit Hilfe der Zufallszahlenmethode

$$Z(p_\pi) = \frac{\int_0^{p_\pi} f(p)\,dp}{\int_0^\infty f(p)\,dp} \qquad (0 \le Z \le 1) \tag{3.12}$$

ein Impuls im Schwerpunktssystem entsprechend der Verteilung für eine thermische Quelle

$$f(p) = p^2\,\exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 + m_\pi^2}}{T}\right) \tag{3.13}$$

sowie ein Emissionswinkel ϑ_{CM} nach der in oben genannter Literatur gebräuchlichen Parametrisierung

$$\frac{dN}{d\cos\vartheta_{CM}} = 1 + a\,\cos^2\vartheta_{CM} \tag{3.14}$$

ausgewürfelt. Der Fall $a = 0$ stellt somit eine isotrope Winkelverteilung dar. Diese Entkopplung in eine Impulsverteilung für eine isotrop emittierende thermische Quelle und eine Winkelverteilung nach Gleichung (3.14) vernachlässigt die Tatsache, daß letztere normalerweise auch eine Funktion des Impulses ($a = a(p)$) ist, und dient hier als erste Näherung. Sofern in nachfolgend angegebener Literatur impulsabhängige Asymmetrieparameter angegeben sind, wird hier jeweils der Maximalwert verwendet.

Nach der Transformation der kinematischen Variablen eines derart ausgewürfelten Teilchens in das Laborsystem werden alle simulierten "Pionen", die in einen Bereich von $\pm 4°$ um den Spektrometerwinkel ϑ_{Lab} emittiert werden, in ein Laborimpulsspektrum gefüllt. Dieses wird wie in Abschnitt 3.1 für die Daten beschrieben transformiert und dargestellt.

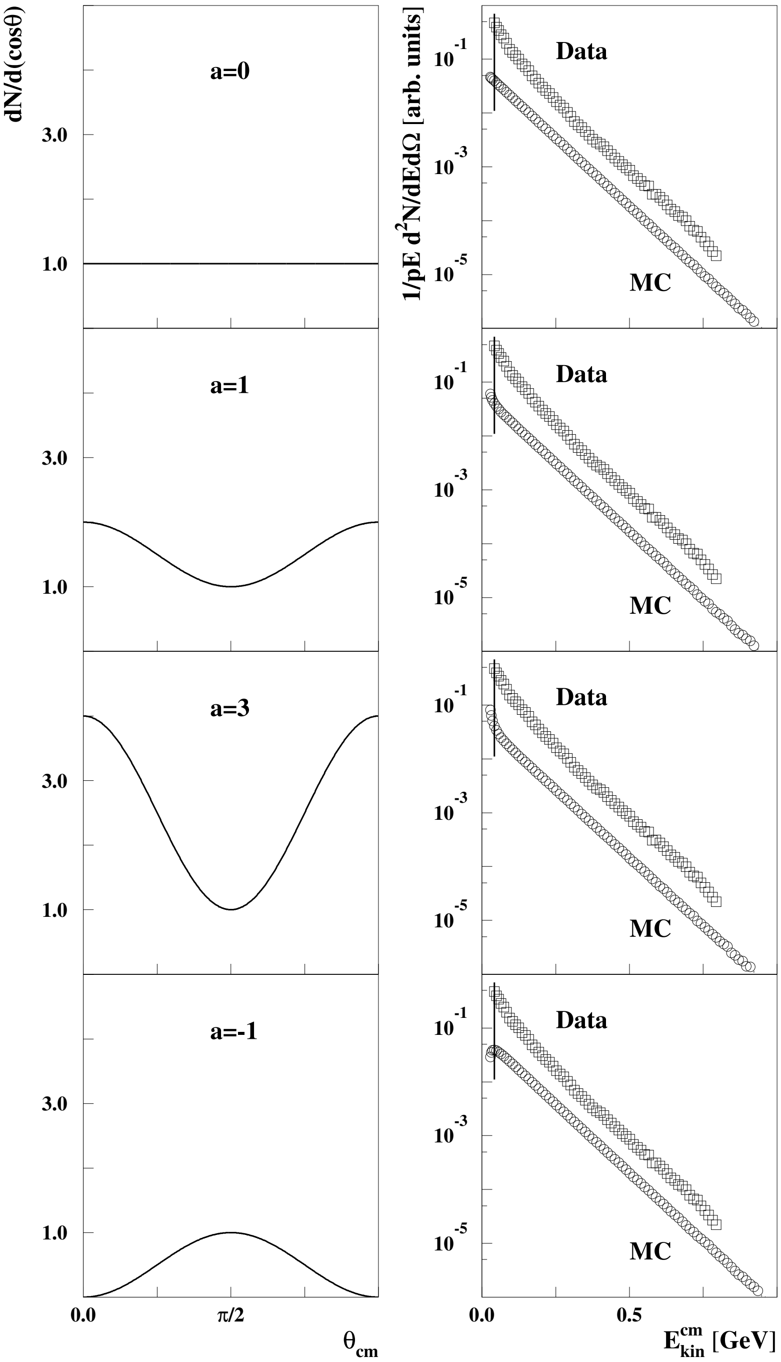

Abbildung 3.3: *Simulierte Pionenspektren (rechts) für $T = 85\ MeV$ und $\vartheta_{Lab} = 40° \pm 4°$ für unterschiedliche Emissionswinkelverteilungen (links) nach Gleichung (3.14). Die senkrechten Linien markieren die niedrigste gemessene Energie.*

Abbildung 3.3 zeigt die Ergebnisse der Simulation im Vergleich zu den Daten für π^+,E_{Beam}^{kin} = 2.0 AGeV, $\vartheta_{Lab} = 40°$ für eine isotrope Winkelverteilung und für die Asymmetrieparameter $a = 1$ (K^+, Au+Au, 1.0 AGeV in [Man97]), a=3 (π, Ar+KCl, 0.8 AGeV in [Hay88]) und a=-1 (π^+, Au+Au, 1.0 AGeV in [Wag96]). Die für die Simulation vorzugebende "Temperatur" T wurde zuvor durch Anpassung der experimentell gemessenen spektralen Verteilungen im Bereich $E_{kin}^{cm} \geq 0.4$ GeV durch eine Maxwell-Boltzmann-Funktion (siehe Gleichung (3.6) zu T = 85MeV bestimmt. Die vertikale Linie in den Bildern markiert die Lage desjenigen experimentell gemessenen Datenpunktes mit der niedrigsten Energie.

Der Vergleich mit den gemessenen Daten zeigt, daß die Konkavität der gemessenen Pionenspektren nicht durch die Auswirkungen der hier angenommenen Emissionswinkelverteilungen in Verbindung mit der Akzeptanz des Magnetspektrometers KaoS erklärt werden kann. Auch die Wahl weiterer, nicht durch Veröffentlichungen motivierter Asymmetrieparameter zeigt, daß sich die Auswirkungen einer nicht isotropen Winkelverteilung auf die Form der spektralen Verteilungen auf die niedrigsten Pionenimpulse beschränken, die außerhalb des Bereichs der gemessenen Daten liegen.

3.5 Verhältnisse geladener Pionen

Berechnet man aus den in Abschnitt 3.3 bestimmten energieintegrierten Wirkungsquerschnitten das integrale Verhältnis negativ zu positiv geladener Pionen

$$R_{exp}^{tot} = \frac{\left.\frac{d\sigma(\pi^-)}{d\Omega}\right|_{Lab}}{\left.\frac{d\sigma(\pi^+)}{d\Omega}\right|_{Lab}} \quad , \tag{3.15}$$

so erhält man für die beiden ausgewerteten kinetischen Strahlenergien von $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV ($\vartheta_{Lab} = 40°$) und $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV ($\vartheta_{Lab} = 44°$) für das Stoßsystem C+C

$$R_{exp}^{tot}\left(E_{Beam}^{kin} = 2.0\text{AGeV}\right) = 1.0 \pm 0.09 \quad \text{und} \quad R_{exp}^{tot}\left(E_{Beam}^{kin} = 1.0\text{AGeV}\right) = 1.0 \pm 0.07 \quad ,$$

wobei die Fehler die Unsicherheiten der Anpassung der spektralen Verteilungen für die Integration berücksichtigen. Dies entspricht dem aus der Isobaren-Zerlegung (siehe Anhang A) für ein isospinsymmetrisches Stoßsystem wie C+C erwarteten Wert

$$R_{iso}^{tot} = 1.0 \quad .$$

Auch für die isospinasymmetrischen schwereren Stoßsysteme Ni+Ni und Au+Au findet sich diese Übereinstimmung bei integraler Betrachtung (siehe [Wag96]).

Wird das Verhältnis jedoch in Abhängigkeit von der Energie der Pionen betrachtet, so zeigt sich bei diesen schwereren Systemen ein deutlicher Anstieg hin zu kleinen Energien, was mit der Coulombwechselwirkung der geladenen Pionen mit dem elektrischen Feld der Reaktionszone erklärt wird.

Ausgehend von [Gyu81] wird in [Wag96] das π^-/π^+-Verhältnis R für eine konstante Coulombenergie V_C und unter Annahme einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung für von Coulombeffekten unbeeinflußte Spektren zu

$$R = R_{iso}^{tot} \exp\left(-\frac{2V_C}{T}\right)\frac{p_+E_+}{p_-E_-} \tag{3.16}$$

bestimmt, wobei

$$E_\pm = E \pm V_C \qquad \text{und} \qquad p_\pm = \sqrt{E_\pm^2 - m_\pi^2} \qquad .$$

In Abschnitt 3.2 wurde gezeigt, daß die gemessenen spektralen Verteilungen für $E_{Beam}^{kin} =$ 2.0 AGeV nicht einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung folgen, weshalb sie mit der Summe zweier Exponentialfunktionen angepaßt wurden. Um den hier benötigten lokalen Verlauf der Steigung zu bestimmen, wird aus den dort gewonnenen Parametern ein lokaler inverser Steigungsparameter $T_{loc}(E)$ bestimmt (siehe [Shu90],[Stu95]), mit dem sich das Spektrum parametrisieren läßt wie

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \exp\left(-\frac{E}{T_{loc}(E)}\right) \qquad . \tag{3.17}$$

Danach bestimmt sich die lokale Temperatur aus der spektralen Verteilung zu

$$T_{loc}(E) = -\left[\frac{d}{dE}\log\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)\right]^{-1} \qquad . \tag{3.18}$$

Setzt man hier die Parametrisierung aus Abschnitt 3.2 ein, erhält man

$$T_{loc}(E) = \frac{\sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E}{T_i}\right)}{\sum_{j=1}^{2} \frac{C_j}{T_j} \exp\left(-\frac{E}{T_j}\right)} \qquad . \tag{3.19}$$

Das damit berechnete π^-/π^+-Verhältnis im Vergleich zu den Daten ist für Coulombenergien von $V_C = 1.2$, 3.0 und 4.8 MeV in Abbildung 3.4 zu sehen.

In guter Übereinstimmung mit der Rechnung ist die Tatsache, daß das gemessene Verhältnis, außer bei sehr kleinen Energien, leicht kleiner als 1.0 ist, wobei der Anstieg dort das aus den energieintegrierten Wirkunsquerschnitten bestimmte Verhältnis von 1.0 ± 0.09 erklärt.

Ein ausgefeilteres Modell zur Bestimmung von freeze-out Zeiten aus dem Verhältnis positiv zu negativ geladener Pionen findet sich in [Bar97].

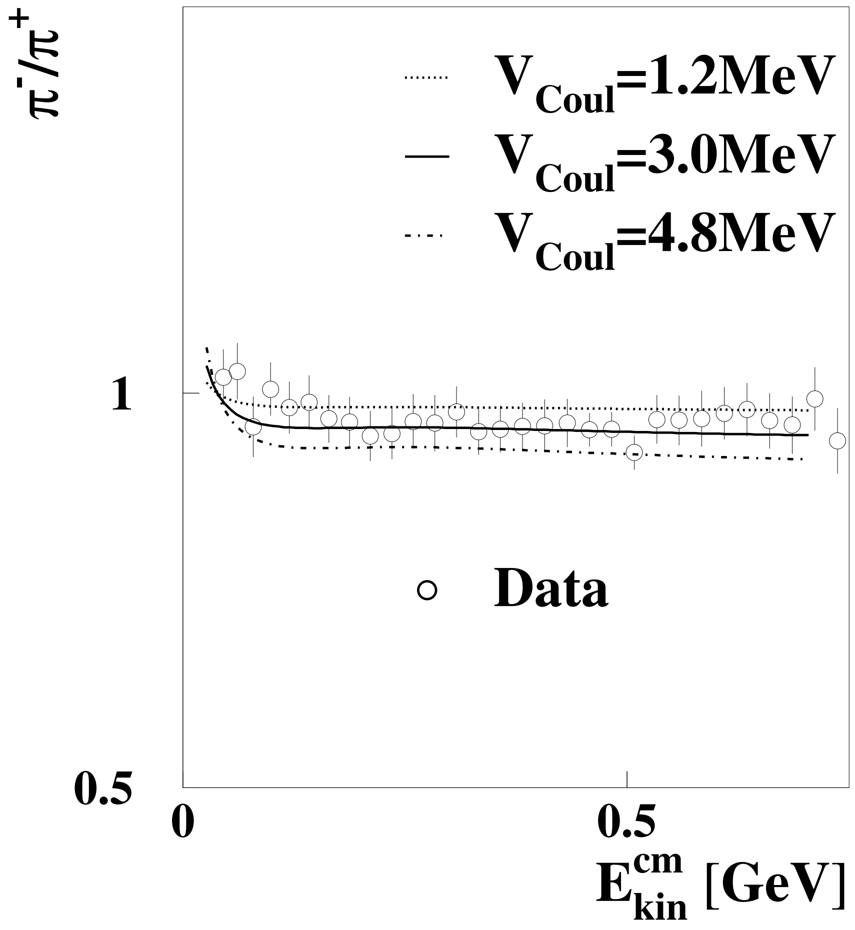

Abbildung 3.4: *Verhältnis negativ zu positiv geladener Pionen für* $E^{kin}_{Beam} = 2.0\ AGeV$ *und Rechnung nach Gleichung (3.16) für* $T_{loc}(E)$ *nach Gleichung (3.19) .*

Kapitel 4

Thermisches Modell

4.1 Thermische Konzepte in Schwerionenreaktionen

Von besonderem Interesse für die Interpretation der Meßergebnisse ist die Frage, inwieweit im Laufe einer Schwerionenreaktion ein thermisches und chemisches Gleichgewicht erreicht wird (siehe zum Beispiel [Bra95], [Sch93],[Wei97],[Hon97]).

Ausgangspunkt ist, da es sich um ein System mit variabler Teilchenzahl handelt, die Zustandsdichte eines großkanonischen Ensembles nichtwechselwirkender Fermionen (Vorzeichen "+") beziehungsweise Bosonen (Vorzeichen "-") im Äquilibrium bei unendlicher Ausdehnung ("Unendliche Kernmaterie")

$$\rho_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2\, dp}{\exp\left[\frac{E_i - \mu_B B_i - \mu_S S_i}{T} \pm 1\right]} \qquad . \tag{4.1}$$

Hierbei ist g_i die Spin-Isospin-Entartung der Teilchenspezies i, S_i die Strangeness, B_i die Baryonenzahl und entsprechend μ_S das Strangeness- und μ_B das Baryonchemische Potential. T ist die Temperatur des Ensembles und damit ein Maß für die ungeordnete Bewegung der Teilchen. Bei den in Reaktionen mit kinetischen Strahlenergien um 1.0AGeV erreichten Temperaturen von $T = 60$ bis 90 MeV sind vor allem Pionen, Nukleonen und energetisch niedrig liegende angeregte Zustände der Nukleonen ("Baryonische Resonanzen") von Bedeutung (siehe Abschnitt 4.7).

Dabei soll hier, wie auch in anderen Arbeiten zu diesem Thema, angenommen werden, daß es einen für alle Teilchen dieses Ensembles gleichen Zeitpunkt für die letzte starke Wechselwirkung gibt. Dieser "freeze-out" des gesamten Reaktionsvolumens findet also zeitgleich statt. Zumindest in diesem Moment soll das thermische Gleichgewicht erreicht sein. Im Rahmen dieses Konzepts werden daher keine Aussagen über den zeitlichen Verlauf der Reaktion gemacht.

Weiterhin wird der ungeordneten thermischen Bewegung eine aus der Expansion des Systems nach starker Kompression während des Stoßes folgende radial nach außen gerichtete, kollektive Bewegung überlagert (radialer Fluß beziehungsweise "flow"). Das hierfür verwendete Modell stammt aus [Sie79] und nimmt für alle Teilchen radialsymmetrisch eine gleiche konstante Flußgeschwindigkeit $\beta = const.$ an. Aus Gleichung (3.6) für eine thermische Quelle der Temperatur T wird damit

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \exp\left(-\frac{\gamma E}{T}\right) \left[\left(\gamma + \frac{T}{E}\right) \frac{\sinh\alpha}{\alpha} - \frac{T}{E}\cosh\alpha\right] \quad , \tag{4.2}$$

wobei

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{und} \qquad \alpha = \frac{\gamma\beta p}{T} \quad .$$

Es gibt andere Modelle zur Beschreibung des radialen Flusses, zum Beispiel Flußgeschwindigkeiten als Funktion des Radius ([Bra95],[Sch93]), unter anderem mit linearer oder quadratischer Abhängigkeit, und vor allem für höhere Strahlenergien bei AGS oder CERN die getrennte Behandlung von Flußgeschwindigkeiten parallel und orthogonal zur Strahlachse.

Die Bestimmung der thermodynamischen Parameter erfolgt in dieser Arbeit in folgender Reihenfolge:

Temperatur T und flow β werden aus Anpassungen der spektralen Verteilungen von Protonen und leichten Fragmenten nach Gleichung (4.2) entnommen. Damit werden mit Monte-Carlo-Simulationen Spektren für Pionen aus Resonanzzerfällen nach dem freeze-out des Reaktionsvolumens generiert. Hinzu kommen die bereits vor dem freeze-out in der Reaktionszone bestehenden und deshalb als ebenfalls im thermischen Gleichgewicht befindlich angenommenen sogenannten "thermischen Pionen". Da das chemische Potential für die nicht seltsamen Baryonischen Resonanzen gerade $\mu = \mu_B$, für die Pionen dagegen $\mu = 0$ ist, stellt der Anteil der thermischen Pionen am Gesamtspektrum ein direktes Maß für das Baryonchemische Potential μ_B dar. Dieser Anteil wird durch gleichzeitige Anpassung der Spektren für thermische Pionen und solche aus Resonanzzerfällen an die experimentellen Daten bestimmt.

4.2 Anregung baryonischer Resonanzen

Am Beispiel des Spektrums der Pion-Proton-Streuung (siehe Abbildung 4.1, [Sch88]) lassen sich bei verschiedenen Schwerpunktsenergien deutliche Überhöhungen des Wirkungsquerschnitts beobachten. Diese werden mit der Möglichkeit der Anregung innerer Freiheitsgrade des Nukleons bei bestimmten zur Verfügung stehenden Energien assoziiert (Resonanzen).

Die angeregten Zustände des Nukleons verteilen sich auf solche mit Isospin $I = \frac{3}{2}$ (Δ - Baryonen) und Isospin $I = \frac{1}{2}$ (N - Baryonen). Abbildung 4.2 zeigt die energetisch niedrig liegenden Zustände nach [Par96], wobei die Nomenklatur folgender Konvention entspricht:

- J^P bezeichnet den aus der Kopplung des Bahndrehimpulses L und des Spins S resultierenden Gesamtdrehimpuls J und die Parität P des Teilchens.

- Die Benennung erfolgt nach

  $$L_{(2I)(2J)}\,(Masse)$$

  wobei für L die gebräuchlichen spektroskopischen Bezeichnungen (S für $L = 0$, P für $L = 1$, etc.) verwendet werden.

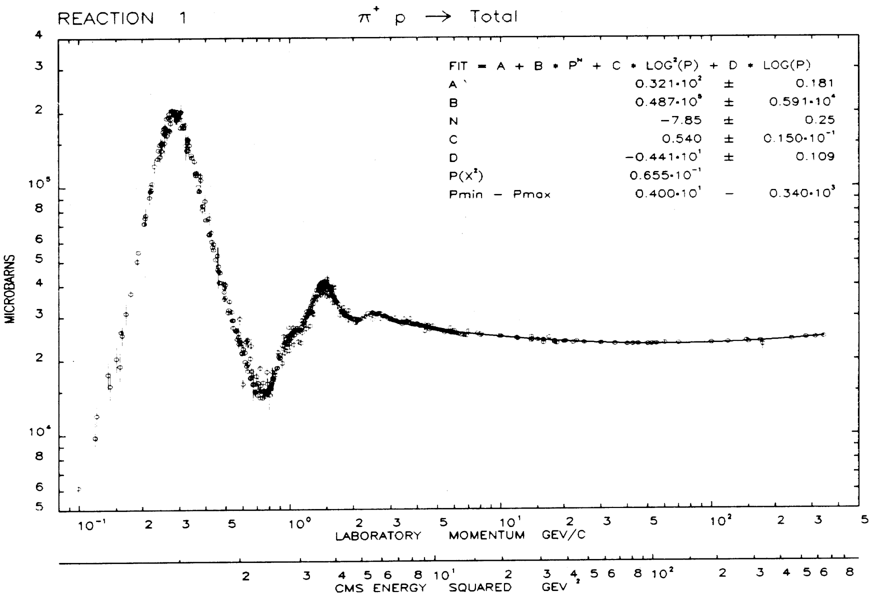

Abbildung 4.1: *Totaler Pion-Proton-Streuquerschnitt, entnommen aus [Sch88] .*

Die Abbildung vernachlässigt die Breite der Resonanzen und zeigt lediglich Übergänge unter Pionenemission in den Grundzustand.

Die desweiteren existierenden baryonischen Resonanzen, deren Aufbau im Quark-Bild nicht nur wie der der oben beschriebenen Δ's und N's aus u- und d-Quarks besteht, sowie mesonische Resonanzen werden in dieser Arbeit nicht behandelt. So wird zum Beispiel für das η-Meson, als leichtestes Meson, das in Pionen zerfällt (nach [Par96] zu etwa 32% in 3 π^0, zu etwa 23% in $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$), in [Ave98] für das System Au+Au bei $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV das Verhältnis $< N_\eta > / < N_{\pi^0} >= (1.4 \pm 0.5)\%$ angegeben, was in erster Näherung $< N_\eta > / < N_\pi > \approx 0.5\%$ bedeuted. Für das System C+C bei $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ AGeV wird $< N_\eta > / < N_{\pi^0} >= (3.6 \pm 0.4)\%$, also $< N_\eta > / < N_\pi > \approx 1.2\%$, genannt, so daß auch hier die Vernachlässigung gerechtfertigt erscheint.

4.3 Zerfall baryonischer Resonanzen

Von den in Abschnitt 4.2 beschriebenen angeregten Zuständen des Nukleons spielen bei den in den hier betrachteten Schwerionenreaktionen mit kinetischen Strahlenergien von 1.0 bis 2.0AGeV auftretenden Temperaturen von $T \approx 60$ bis 90 MeV vor allem $\Delta(1232)$ und $N(1440)$ eine Rolle (siehe Abschnitt 4.7). Diese zerfallen mit Lebensdauern τ von der Größenordnung $1\,\frac{fm}{c}$, im Falle der $\Delta(1232)$-Resonanz zu über 99% unter Emission eines Pions [Par96]

$$\Delta(1232) \Rightarrow N\,\pi \quad . \tag{4.3}$$

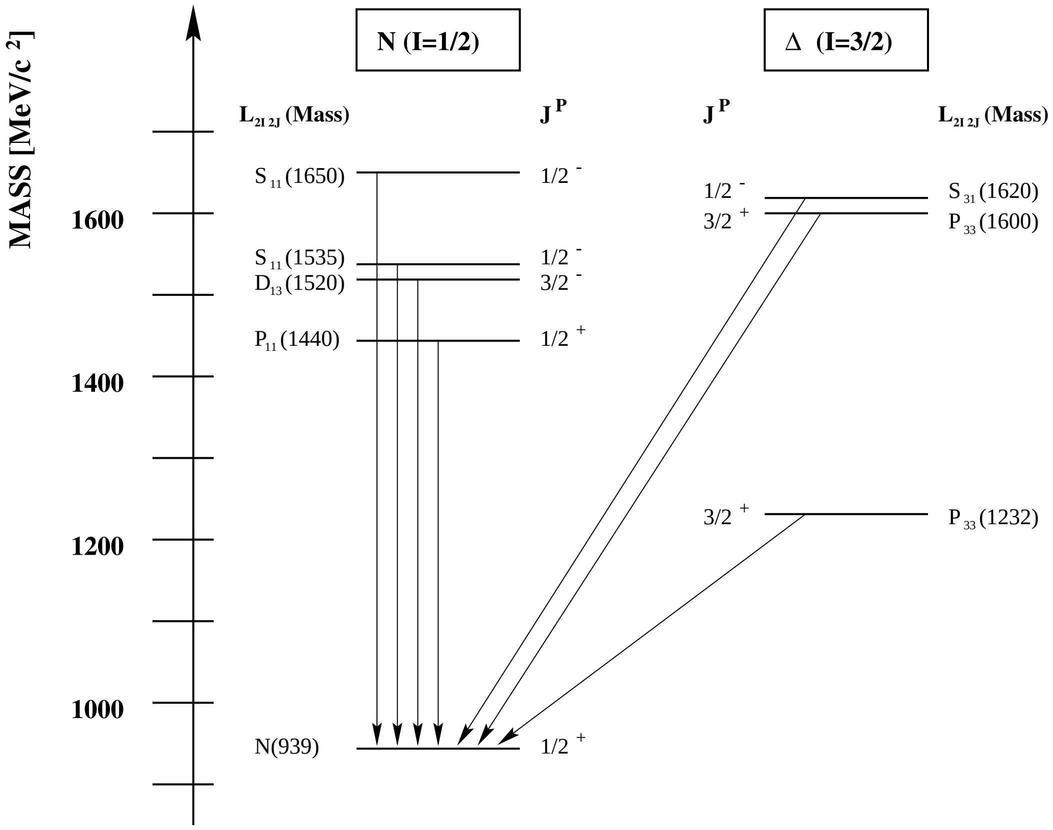

Abbildung 4.2: *Anregungsspektrum des Nukleons mit den energetisch niedrigliegenden Zuständen nach [Par96]. Gezeigt sind lediglich Übergänge unter Pionenemission in den Grundzustand.*

Im Falle der $N(1440)$-Resonanz gibt es neben diesem Zerfallskanal eine Wahrscheinlichkeit von etwa 35% [Par96] für den Übergang

$$N(1440) \Rightarrow N\,\pi\,\pi \qquad . \tag{4.4}$$

Andere Zerfallsmechanismen, wie zum Beispiel unter Emission eines γ-Quants, werden in dieser Arbeit auf Grund ihrer geringen Wahrscheinlichkeit vernachlässigt.
Innerhalb von Kernmaterie, daß heißt im Verlauf der Reaktion, besteht auch die Möglichkeit der Absorption einer Resonanz R

$$R\,N \Rightarrow N\,N \qquad ,$$

die aber im hier aufgestellten Modell keine Rolle spielt, da ein thermisches Gleichgewicht zum Zeitpunkt des freeze-out, zu dem keine nuklearen Wechselwirkungen der beteiligten Teilchen mehr stattfinden, betrachtet wird. Von großer Bedeutung ist der Prozeß natürlich für alle Modelle, die sich mit der zeitlichen Dynamik der Reaktion beschäftigen, wie zum Beispiel Kaskaden-, BUU- oder QMD-Rechnungen.

Wie alle Zustände mit kurzer Lebensdauer, haben auch baryonische Resonanzen keine scharfe Anregungsenergie (und damit Masse), was letztlich der Heisenberg'schen Unschärferelation entspricht. Vielmehr muß eine Massenverteilung $A(m)$ mit einer gewissen endlichen Breite angenommen werden. Damit folgt unter Berücksichtigung, daß es sich um Fermionen mit Baryonenzahl B=1 handelt, aus Gleichung (4.1)

$$\rho_i(T,\mu_B) = \frac{g_i}{2\pi^2} \int\limits_0^\infty dp\, p^2 \frac{\int\limits_0^\infty dm \frac{A_i(m)}{\exp\left(\frac{\sqrt{p^2+m^2}-\mu_B}{T}+1\right)}}{\int\limits_0^\infty dm\, A_i(m)} \quad . \tag{4.5}$$

4.4 Parametrisierung von Resonanzmassenverteilungen

In der Literatur wird zur Parametrisierung der Massenverteilungen meist die (relativistische) Breit-Wigner-Formel (siehe zum Beispiel [Dan91]) verwendet :

$$A(m) = \frac{4m_R^2\Gamma}{(m^2-m_R^2)^2 + m_R^2\Gamma^2} \tag{4.6}$$

Hierbei ist m die Masse der Resonanz, m_R deren Resonanzwert nach [Par96] und Γ die Breite der Verteilung. Um in ein Nukleon und ein Pion zerfallen zu können, muß m mindestens der Summe der Ruhemassen dieser beiden Teilchen m_N und m_π entsprechen.
Sei $p = |\mathbf{p}_N^{CM}| = |\mathbf{p}_\pi^{CM}|$ der Betrag des Impulses der Zerfallsprodukte im Schwerpunktsystem des Zerfalls, so gilt

$$m = \sqrt{p^2+m_N^2} + \sqrt{p^2+m_\pi^2} \tag{4.7}$$

und damit

$$p = \frac{\sqrt{(m^2-(m_N+m_\pi)^2)(m^2-(m_N-m_\pi)^2)}}{2m} \quad . \tag{4.8}$$

Durch einen konstanten Wert für die Breite ($\Gamma = 120$MeV nach [Par96]) wird ein Abschneiden der symmetrischen Breit-Wigner-Verteilung bei der erwähnten Mindestmasse bewirkt, wie Abbildung 4.3 zeigt. Üblicherweise wird für Γ eine Funktion des Impulses p und damit nach (4.8) der Masse m verwendet, im Falle von sogenannten " P-Wellen-Resonanzen" wie der $\Delta(1232)$ und $N(1440)$, also solchen mit relativem Bahndrehimpuls $L = 1$ von Pion und Nukleon (siehe Abbildung 4.2), mit einer Abhängigkeit der Form

$$\Gamma(p) \sim p^3 \quad .$$

Das Ergebnis einer solchen Parametrisierung (siehe Gleichung (4.9)) ist ebenfalls in Abbildung 4.3 dargestellt.

Die "einfachste" Motivation für die Verwendung einer Breit-Wigner-Form ist die Annahme eines freien, exponentiell mit der Lebensdauer τ zerfallenden Zustandes (siehe zum Beispiel [Tri66]). Die Energie- und damit Massenabhängigkeit erhält man durch Fouriertransformation der Zeitabhängigkeit und mit $\Gamma = 1/\tau$ aus der Unschärferelation ergibt sich die Breit-Wigner-Verteilung. In [Bla52] wird (nichtrelativistisch) am Beispiel nuklearer Resonanzen in der Neutron-Kern-Streuung die Breit-Wigner-Verteilung aus der Überlagerung

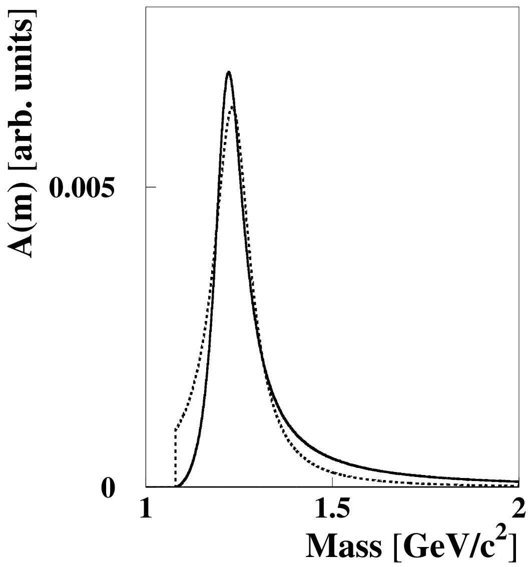

Abbildung 4.3: *Massenverteilungen $A(m)$ für die $\Delta(1232)$-Resonanz nach (4.6), einmal mit $\Gamma = 120\ MeV =$ const. (gestrichelt), einmal mit $\Gamma(p) \sim p^3$ nach (4.9) (durchgezogen), jeweils normiert auf die Fläche unter den Kurven.*

einlaufender ebener und auslaufender Kugelwellen unter Annahme eines Kastenpotentials hergeleitet und vor allem die Impulsabhängigkeit der Breite als Folge der Drehimpulsbarriere $\frac{L(L+1)}{2mr^2}$ im effektiven Potential der aufzustellenden Schrödingergleichung motiviert.

In der Literatur finden sich verschiedene Parametrisierungen für die Breite $\Gamma(p)$, die im allgemeinen aus Anpassungen der Ergebnisse von Streuphasenanalysen für die Pion-Nukleon-Streuung stammen [Bar71]. Einige seien hier aufgeführt, wobei später (siehe Abschnitte 4.5 und 4.7) getestet wird, welche Auswirkungen die Verwendung unterschiedlicher Parametrisierungen im Rahmen des in diesem Kapitel diskutierten Modells hat. In der Auflistung steht p_R für $p(m_R)$ nach Gleichung (4.8).

- Bereits in früheren Arbeiten der KaoS-Kollaboration (zum Beispiel [Mun93],[Mun97]) wurden Parametrisierungen nach [Kit86], [Par71] für $\Delta(1232)$ beziehungsweise nach [Li95] für $N(1440)$ benutzt:

$$\begin{aligned} \Delta(1223):\qquad \Gamma(p) &= \frac{0.47p^3}{(1+0.6(\frac{p}{m_\pi}))^2\, m_\pi^2} \\ N(1440):\qquad \Gamma(p) &= 0.2\,\mathrm{GeV}\left(\frac{p}{p_R}\right)^3 \end{aligned} \tag{4.9}$$

- [Hub94] :

$$\Gamma(p) = \gamma \frac{p^3 R^2}{1 + p^2 R^2} \frac{p_R^2 + \kappa^2}{p^2 + \kappa^2} \tag{4.10}$$

$$\begin{array}{lll} \Delta(1223): & \gamma = 0.74, \quad R = 6.3\mathrm{GeV}^{-1}, \quad \kappa = 0.2\mathrm{GeV} \\ N(1440): & \gamma = 0.35, \quad R = 6.3\mathrm{GeV}^{-1}, \quad \kappa = 0.3\mathrm{GeV} \end{array}$$

- [Fuc97] :

$$\Gamma(p) = \Gamma_0 \frac{a_1 p^3}{(1 + a_2 p^2)(a_3 + p^2)} \tag{4.11}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta(1223): & \Gamma_0 = 0.120\mathrm{GeV}, \quad a_1 = 22.83, \quad a_2 = 39.7, \quad a_3 = 0.04 \\ N(1440): & \Gamma_0 = 0.200\mathrm{GeV}, \quad a_1 = 28.80, \quad a_2 = 39.7, \quad a_3 = 0.09 \end{array}$$

- [Tei97] :

$$\begin{array}{lrcl} \Delta(1223): & \Gamma(p) & = & 0.120\mathrm{GeV} \left(\frac{m}{m_R}\right) \left(\frac{p}{p_R}\right)^3 \left(\frac{p_R^2 + 0.09\,\mathrm{GeV}^2/c^2}{p^2 + 0,09\,\mathrm{GeV}^2/c^2}\right)^2 \\ N(1440): & \Gamma(p) & = & 0.350\mathrm{GeV} \left(\frac{p}{p_R}\right)^3 \left(\frac{p_R^2 + 0.16\,\mathrm{GeV}^2/c^2}{p^2 + 0,16\,\mathrm{GeV}^2/c^2}\right)^2 \end{array} \tag{4.12}$$

- [Web96] :

$$\Gamma(p) = 1.2 \left(\frac{m}{m_R}\right) \left(\frac{p}{p_R}\right)^3 \frac{\Gamma_0}{1 + 0.2\left(\frac{p}{p_R}\right)} \tag{4.13}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta(1223): & \Gamma_0 = 0.120\mathrm{GeV} \\ N(1440): & \Gamma_0 = 0.350\mathrm{GeV} \end{array}$$

Eine weitere modellunabhängige Parametrisierung der Resonanzbreite findet sich in [Wei95] beziehungsweise [Wei97]. Dort wird statt einer Breit-Wigner-Verteilung das zweifache der Ableitung der Streuphasen der Pion-Nukleon-Streuung nach der Energie verwendet, was zu einer Verschiebung zu kleineren Massen und zu einem geänderten Verlauf an der Schwelle $(m_N + m_\pi)$ führt. Das Verfahren wird im Rahmen einer Promotion weiterentwickelt [Wei98].

4.5 Monte-Carlo-Simulation zum Resonanzzerfall

Pionenspektren aus dem Zerfall von $\Delta(1232)$ nach (4.3) beziehungsweise $N(1440)$ nach (4.3) und (4.4) unter Annahme eines thermischen Gleichgewichts mit einer Temperatur T zum Zeitpunkt des freeze-out wurden für beide Teilchen getrennt wie folgt simuliert. Es handelt sich dabei um die Erweiterung einer bereits in früheren Veröffentlichungen verwendeten Methode [Mun97].

Wie bereits bei der Simulation der Auswirkung der Emissionswinkelverteilung von Pionen auf die Form der gemessenen spektralen Verteilung in Abschnitt 3.4 wird auch hier zunächst der Impuls der Resonanz p_0 unter Annahme isotroper Winkelverteilung im Schwerpunktsystem der Reaktion gewichtet mit der Besetzungswahrscheinlichkeit in Maxwell-Boltzmann-Näherung ($E \gg T$) ausgewürfelt. Hierbei wird die Resonanzmasse m wie in Abschnitt 4.4 beschrieben behandelt, was zu folgender Gewichtsfunktion im Sinne von Gleichung (3.12) führt

$$f(p, m, T) = p^2 \int_0^\infty dm\, A(m) \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{T}\right) \tag{4.14}$$

Wie bereits in Abschnitt 4.1 erwähnt, wird der ungeordneten thermischen eine gerichtete Bewegung überlagert, und zwar in Form eines kollektiven radial-symmetrischen Flusses mit konstanter Geschwindigkeit β (siehe [Sie79]). Ein kinematisch derart beschriebenes Teilchen zerfällt nun wie in Abschnitt 4.3 geschildert:

$\Delta(1232)$ zerfällt in ein Nukleon und ein Pion, wobei deren daraus resultierender zusätzlicher Impuls im *Ruhesystem der Resonanz* durch Gleichung (4.8) gegeben ist. Der Impuls des Pions im *Schwerpunktssystem der Reaktion* ergibt sich aus der Überlagerung der Bewegung der Resonanz vor dem Zerfall mit der Zerfallskinematik. Der Zweikörperzerfall von N(1440) wird analog behandelt.

Nach [Par96] beträgt für $N(1440)$ das Verzweigungsverhältnis in den 3-Teilchen-Kanal etwa 35%. In der hier beschriebenen Simulation wird vereinfachend angenommen, daß oberhalb der minimal benötigten Masse von $m_{N(1440)} = m_N + 2m_\pi$ die Wahrscheinlichkeit für einen Dreikörperzerfall konstant bei diesem Wert liegt (siehe Abbildung 4.4).

Beim Dreikörperzerfall (siehe Abbildung 4.5) ist die Verteilung der freiwerdenden Energie auf die Zerfallsprodukte nicht mehr eindeutig durch die Bedingung der Erhaltung des Viererimpulses festgelegt. Diese wird deshalb für jeden einzelnen Zerfall im Rahmen der folgenden Bedingungen ausgewürfelt (siehe auch [Par96]).

Sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit P der Viererimpuls der Resonanz, p_1 der des Nukleons, p_2 und p_3 die der beiden Pionen und definieren wir

$$p_{ij} = p_i + p_j \qquad \text{und} \qquad m_{ij}^2 = p_{ij}^2 \qquad . \tag{4.15}$$

Für diese Quadrate der invarianten Massen in den jeweiligen 2-Teilchen-Untersystemen gilt damit

$$m_{12}^2 + m_{23}^2 + m_{13}^2 = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \tag{4.16}$$

und

$$(m_i + m_j)^2 \leq m_{ij}^2 \leq (M - m_k)^2 \qquad i, j, k \qquad \text{zyklisch} . \tag{4.17}$$

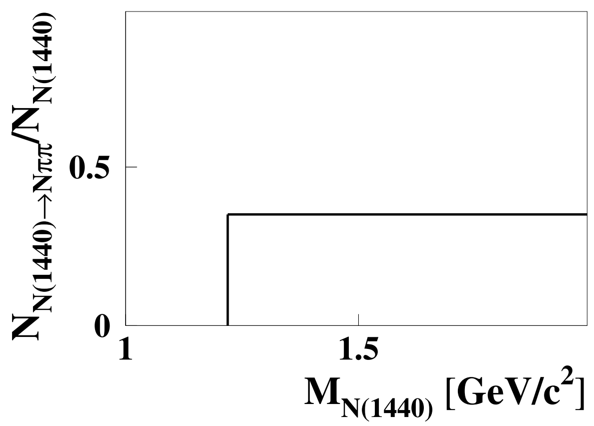

Abbildung 4.4: *Anteil der in drei Teilchen zerfallenden $N(1440)$ in Abhängigkeit von ihrer Masse, wie er in der Simulation vereinfachend angenommen wurde.*

Für einen gegebenen Wert für m_{12}^2 ergibt sich der jeweils maximal mögliche Bereich für m_{23}^2 aus den Bedingungen $\mathbf{p}_1$ parallel und antiparallel zu $\mathbf{p}_3$

$$\left(m_{13}^2\right)_{max} = (E_1^* + E_3^*)^2 - \left(\sqrt{E_1^* - m_1^2} - \sqrt{E_3^* - m_3^2}\right)^2 \quad , \tag{4.18}$$

$$\left(m_{13}^2\right)_{min} = (E_1^* + E_3^*)^2 - \left(\sqrt{E_1^* - m_1^2} + \sqrt{E_3^* - m_3^2}\right)^2 \quad . \tag{4.19}$$

Hierbei sind

$$E_1^* = \frac{m_{12}^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m_{12}} \qquad \text{und} \qquad E_3^* = \frac{M^2 - m_{12}^2 - m_3^2}{2m_{12}} \tag{4.20}$$

die Energien der Teilchen 1 und 3 im m_{12} - Ruhesystem.

Abbildung 4.6 , genannt Dalitz-Plot, zeigt beispielhaft die möglichen Kombinationen für m_{12}^2 und m_{13}^2 für den Zerfall eines ruhenden Teilchens der Masse $M = 1.44$ GeV/c^2 in ein Nukleon und zwei Pionen. Nach Auswürfeln einer dieser Möglichkeiten ist über Gleichung (4.17) auch m_{23}^2 und damit die Impulse aller drei Zerfallsprodukte eindeutig festgelegt.

Beispielhaft sind in Abbildung 4.7 Pionenspektren aus einer solchen Zerfallssimulation für eine Temperatur von $T = 80$ MeV und eine radiale Flußgeschwindigkeit $\beta = 0.32$ getrennt für $\Delta(1232)$ und $N(1440)$ gezeigt. Die Massenverteilungen der Resonanzen wurden dabei nach Gleichung (4.9) parametrisiert. Im Falle der $N(1440)$ sind auch die unterschiedlichen Beiträge aus Zwei- und Dreikörperzerfällen zu sehen. Die Spektren sind auf die Zahl der zerfallenen Resonanzen (hier 10^8) normiert.

Vergleicht man diese Verteilungen für die verschiedenen Parametrisierungen der Resonanzbreiten nach Gleichungen (4.9) bis (4.13), wie in Abbildung 4.8 zu sehen, so zeigt sich bereits hier, daß die Unterschiede minimal sind. Um die Wirkung der impulsabhängigen Breiten zu demonstrieren, ist jeweils ein Zerfallsspektrum für $\Gamma = const.$ gezeigt.

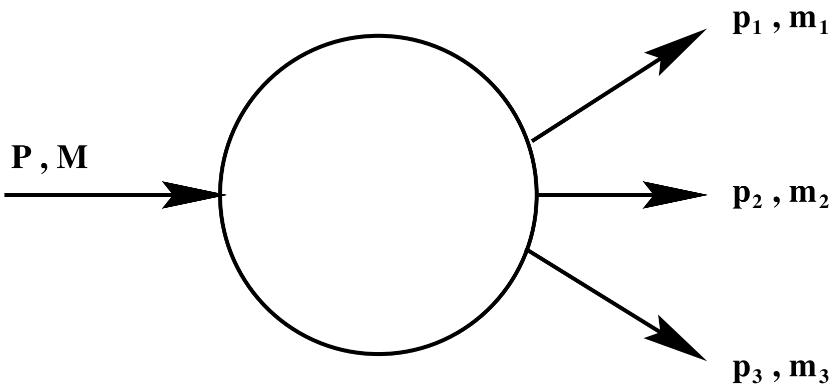

Abbildung 4.5: *Definition der Variablenbezeichnungen für den Dreikörperzerfall.*

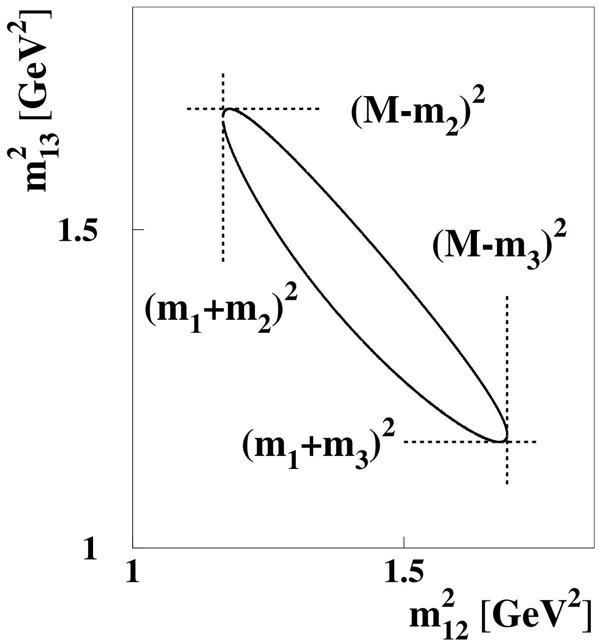

Abbildung 4.6: *Dalitz-Plot für den Dreikörperzerfall eines Teilchens der Masse* $M = 1.44$ *GeV in ein Nukleon und 2 Pionen.*

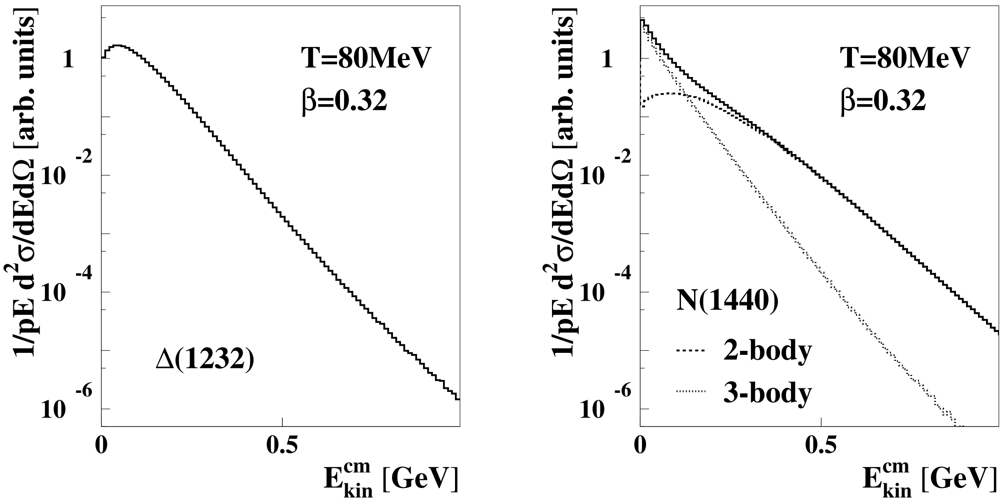

Abbildung 4.7: *Simulation von aus Resonanzzerfall resultierenden Pionenspektren für* $\Delta(1232)$ *(links) und* $N(1440)$ *(rechts, unterteilt für Zwei- und Dreikörperzerfälle), parametrisiert nach Gleichung (4.9).*

4.6 Bestimmung des Baryonchemischen Potentials μ_B

Das beschriebene Modell erfordert als vorzugebende Größen die Temperatur T des als im thermischen Gleichgewicht befindlich angenommenen Systems und die radiale Flußgeschwindigkeit β. Gleichung (4.1) gibt hierbei die Teilchendichten für nicht-wechselwirkende Bosonen und Fermionen bei unendlichem Volumen an (unendliche Kernmaterie). Im Gegensatz zu dieser Arbeit werden deshalb zum Beispiel in [Bra95] Korrekturen sowohl für den Einfluß der endlichen Systemgröße als auch des von den Teilchen eingenommenen Eigenvolumens angewandt, die aber die absoluten Werte für die Teilchendichten wesentlich stärker beeinflussen als die im folgenden bestimmten Verhältnisse der Teilchenzahlen $N_i/N_j = \rho_i/\rho_j$ (unter Annahme eines gleichen freeze-out Radius für alle Teilchen). Desweiteren wäre als zusätzlicher Parameter eine Annahme über die Systemgröße nötig gewesen.

In Maxwell-Boltzmann-Näherung ergibt sich aus Gleichung (4.5)

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{g_i}{g_j} \frac{\exp\left(\frac{\mu_B B_i}{T}\right)}{\exp\left(\frac{\mu_B B_j}{T}\right)} \frac{\int_0^\infty p_i^2 \, dp \int_0^\infty dm \, A_i(m) \exp\left(-\frac{E_i}{T}\right)}{\int_0^\infty p_j^2 \, dp \int_0^\infty dm \, A_j(m) \exp\left(-\frac{E_j}{T}\right)} \quad , \tag{4.21}$$

so daß die Verhältnisse der Baryonen untereinander ($B_i = B_j = 1$) unabhängig von μ_B sind.

Auf diese Weise wird für eine gegebene Temperatur T das Verhältnis $N_{N(1440)}$ / $N_{\Delta(1232)}$ berechnet, wobei $g_{N(1440)} = 4$ und $g_{\Delta(1232)} = 16$. Das Verhältnis $N_{\pi_{th}}$ / $N_{\Delta(1232)}$ der nicht aus Resonanzzerfall nach dem freeze-out stammenden "thermischen" Pionen zur Anzahl der $\Delta(1232)$ ist aber wegen $B_\pi = 0$ ein direktes Maß für das Baryonchemische Potential μ_B. Zu seiner Bestimmung wird die gemessene spektrale Verteilung mit den zuvor generierten Teil-

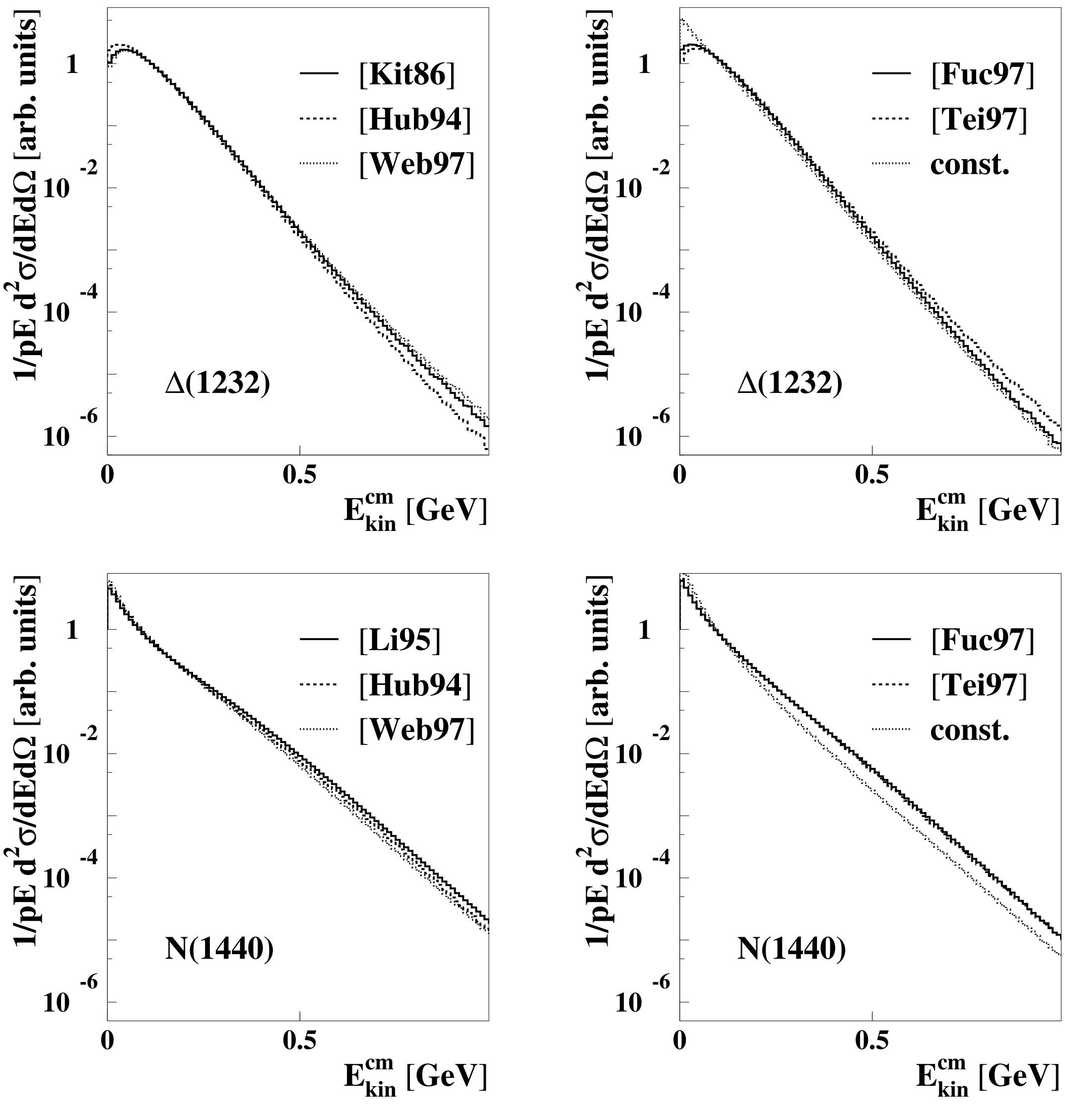

Abbildung 4.8: *Simulation von aus Resonanzzerfall resultierenden Pionenspektren für* $\Delta(1232)$ *(oben) und* $N(1440)$ *(unten), für die Parametrisierungen für* $\Gamma(p)$ *nach Gleichungen (4.9) bis (4.13) und* $\Gamma = const.$

spektren $H_{\Delta(1232)}$ (entspricht dem simulierten Pionenspektrum aus dem Zerfall von $\Delta(1232)$, normiert auf die Zahl der Resonanzen), $H_{N(1440)}$ (analog für $N(1440)$) und $H_{\pi_{th}}$ (Spektrum thermischer Pionen nach (4.2)) wie folgt angepaßt:

$$\frac{1}{pE}\frac{d^2\sigma}{dE\,d\Omega} = C\left(\frac{N_{\Delta(1232)}}{N_{gesamt}}H_{\Delta(1232)} + \frac{N_{N(1440)}}{N_{gesamt}}H_{N(1440)} + \frac{N_{\pi_{th}}}{N_{gesamt}}H_{\pi_{th}}\right) \tag{4.22}$$

Hierbei ist

$$N_{gesamt} = N_{\Delta(1232)} + N_{N(1440)} + N_{\pi_{th}}$$

und somit kann man Gleichung (4.22) umschreiben zu

$$\frac{1}{pE}\frac{d^2\sigma}{dE\,d\Omega} = C'\left(H_{\Delta(1232)} + \frac{N_{N(1440)}}{N_{\Delta(1232)}}H_{N(1440)} + \frac{N_{\pi_{th}}}{N_{\Delta(1232)}}H_{\pi_{th}}\right) \quad . \tag{4.23}$$

Da $N_{N(1440)}/N_{\Delta(1232)}$ nach Gleichung (4.21) festgelegt ist, bleiben als frei variierbare Parameter lediglich C' und $N_{\pi_{th}}/N_{\Delta(1232)}$, wobei ersterer nur eine Verschiebung des simulierten Spektrums entlang der Ordinate bewirkt, so daß die einzige, für die Beschreibung der Form der spektralen Verteilung relevante Größe das Verhältnis der thermischen Pionen zu $\Delta(1232)$ ist. Die Anpassung erfolgte nach der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme mit Hilfe des Programmpaketes MINUIT [CNA93].

Im Detail gilt es bei dem geschilderten Verfahren einen weiteren Punkt zu beachten: Bei den mit dem Magnetspektrometer KaoS gemessenen Daten handelt es sich um Wirkungsquerschnitte für positiv beziehungsweise negativ geladene Pionen. Wie bereits in Abschnitt 3.5 und vor allem in [Wag96] beschrieben unterscheiden sich deren spektrale Verläufe vor allem im Bereich kleiner Impulse, was mit einer Endzustands-Coulomb-Wechselwirkung erklärt wird. Da die hier beschriebene Methode zur Bestimmung des Baryonchemischen Potentials lediglich die sich aus dem Isobaren-Modell (siehe Anhang A und [Wag96]) ergebenden Unterschiede in der Produktionswahrscheinlichkeit für verschieden geladene Pionen auf Grund der Neutron/Proton-Asymmetrie im untersuchten System berücksichtigt, nicht jedoch eine solche Coulombwechselwirkung, wurden die bei gleichen Einstellungen gemessenen spektralen Verteilungen positiver und negativer Pionen gemittelt

$$\left.\frac{d^3\sigma}{dp^3}\right|_{average} = \frac{1}{2}\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3}(\pi^+) + \frac{d^3\sigma}{dp^3}(\pi^-)\right) \tag{4.24}$$

und behandelt, als handele es sich um eine Verteilung neutraler Pionen.

4.7 Anwendung auf das System Au + Au

Die beschriebene Methode zur Bestimmung des Baryonchemischen Potentials wird hier zunächst auf die in [Wag96] ausgewerteten Daten der Reaktion Au + Au bei einer kinetischen Strahlenergie von $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV und einem Spektrometerwinkel von $\vartheta_{Lab} = 44°$ angewendet, wobei lediglich zentrale Stöße berücksichtigt werden (entsprechend $14 \pm 2\%$ des hadronischen Reaktionsquerschnitts).

$\Gamma(p)$	$N_{N(1440)}/N_{\Delta(1232)}$	$N_{\pi_{th}}/N_{\Delta(1232)}$	μ_B [MeV]
(4.9)	0.03	0.25	867
(4.10)	0.04	0.23	863
(4.11)	0.05	0.24	860
(4.12)	0.05	0.24	869
(4.13)	0.04	0.25	871

Tabelle 4.1: *Teilchenverhältnisse und Baryonchemische Potentiale im System Au+Au bei $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV für unterschiedliche Parametrisierungen der Resonanzmassenverteilungen.*

Die vorzugebenden Parameter T und β wurden [Lis95] entnommen. Dort werden durch simultane Anpassung der Impulsverteilungen leichter Fragmente (d,t,^{3} He,α) des gleichen Reaktionssystems nach Gleichung 4.2 folgende Werte ermittelt

$$T = 80 \pm 24\text{MeV} \quad , \quad \beta = 0.32 \pm 0.05 \quad .$$

Im Rahmen des hier diskutierten Modells eines thermischen Gleichgewichts und einer gemeinsamen freeze-out Zeit für alle Teilchen werden diese Werte auch für Resonanzen und thermische Pionen verwendet. Eine ähnliche Analyse [Spe97] für am Magnetspektrometer KaoS unter identischen Bedingungen wie für die hier diskutierten Pionen gemessenen Daten (Au+Au, $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 44°$, siehe [Pop93]) ergibt für einen simultanen Fit von p-,d-,t-,^{3} He- und $\alpha-$ Verteilungen nach Gleichung (4.2)

$$T = 81 \pm 9\text{MeV} \quad , \quad \beta = 0.34 \mp 0.04 \quad .$$

Das Ergebnis der Anpassung der Pionendaten mit diesen Parametern im Rahmen des beschriebenen Modells ist für die Parametrisierung der Resonanzbreite nach Gleichung (4.9) in Abbildung 4.9 zu sehen, für die Parametrisierungen nach (4.10) bis (4.13) in Abbildung 4.10.

In Tabelle 4.1 sind die vor der Anpassung berechneten Verhältnisse von $N(1440)$ zu $\Delta(1232)$, die durch die Anpassung ermittelten Verhältnisse thermischer Pionen zu $\Delta(1232)$ und die daraus berechneten Baryonchemischen Potentiale aufgelistet. Weder die Werte für μ_B noch die Abbildungen 4.9 und 4.10 zeigen deutliche Unterschiede für verschiedene Parametrisierungen $\Gamma(p)$, wie nach Abbildung 4.8 bereits zu erwarten war. Die Einträge zeigen an dieser Stelle noch keine Fehlerabschätzung, da diese durch die Unbestimmtheit der vorzugebenden Parameter T und β dominiert wird.

Diese beiden sind normalerweise stark korreliert, daß heißt, zwingt man die Anpassung der Fragmentdaten zu höheren Temperaturen, erhält man kleinere Flußgeschwindigkeiten und umgekehrt. Die Fehlerbestimmung zu T und β gestaltet sich nach [Spe97] daher schwierig. Im Rahmen dieser Arbeit soll die Auswirkung einer Änderung von T oder β auf die Bestimmung des Baryonchemischen Potentials nur grob durch getrennte Variation dieser beiden Ausgangsparameter um jeweils 10% ($\Delta T = \pm 8$MeV, $\Delta\beta = \pm 0.03$) getestet werden.

Da auch hier wiederum keine deutliche Abhängigkeit von der Parametrisierung der Resonanzmassenverteilung zu beobachten war, werden im weiteren Verlauf alle Ergebnisse nur noch für $\Gamma(p)$ nach Gleichung (4.9) angegeben. Das Resultat ist in Tabelle 4.2 gezeigt.

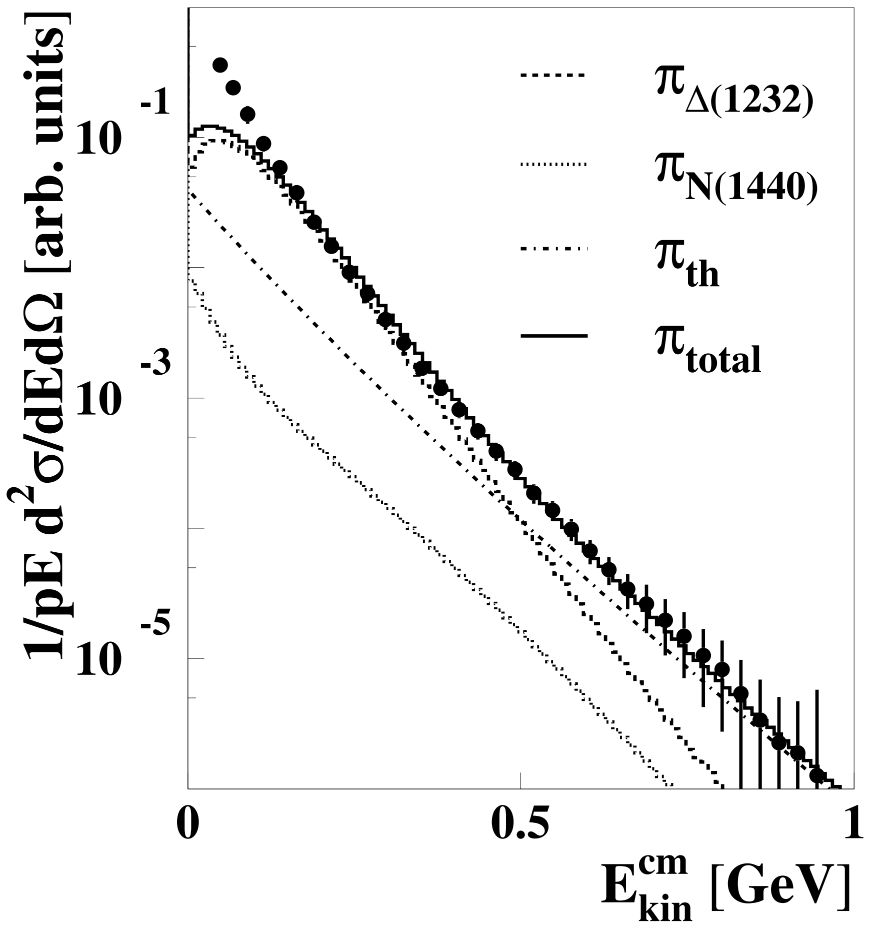

Abbildung 4.9: *Anpassung des Pionenspektrums im System Au + Au für* $\Gamma(p)$ *nach (4.9).*

T [MeV]	β	μ_B [MeV]
80	0.29	850
80	0.35	889
72	0.32	825
88	0.32	914

Tabelle 4.2: *Auswirkung der Variation von* T *und* β *auf das Baryonchemische Potential* μ_B *bei* $\Gamma(p)$ *nach (4.9).*

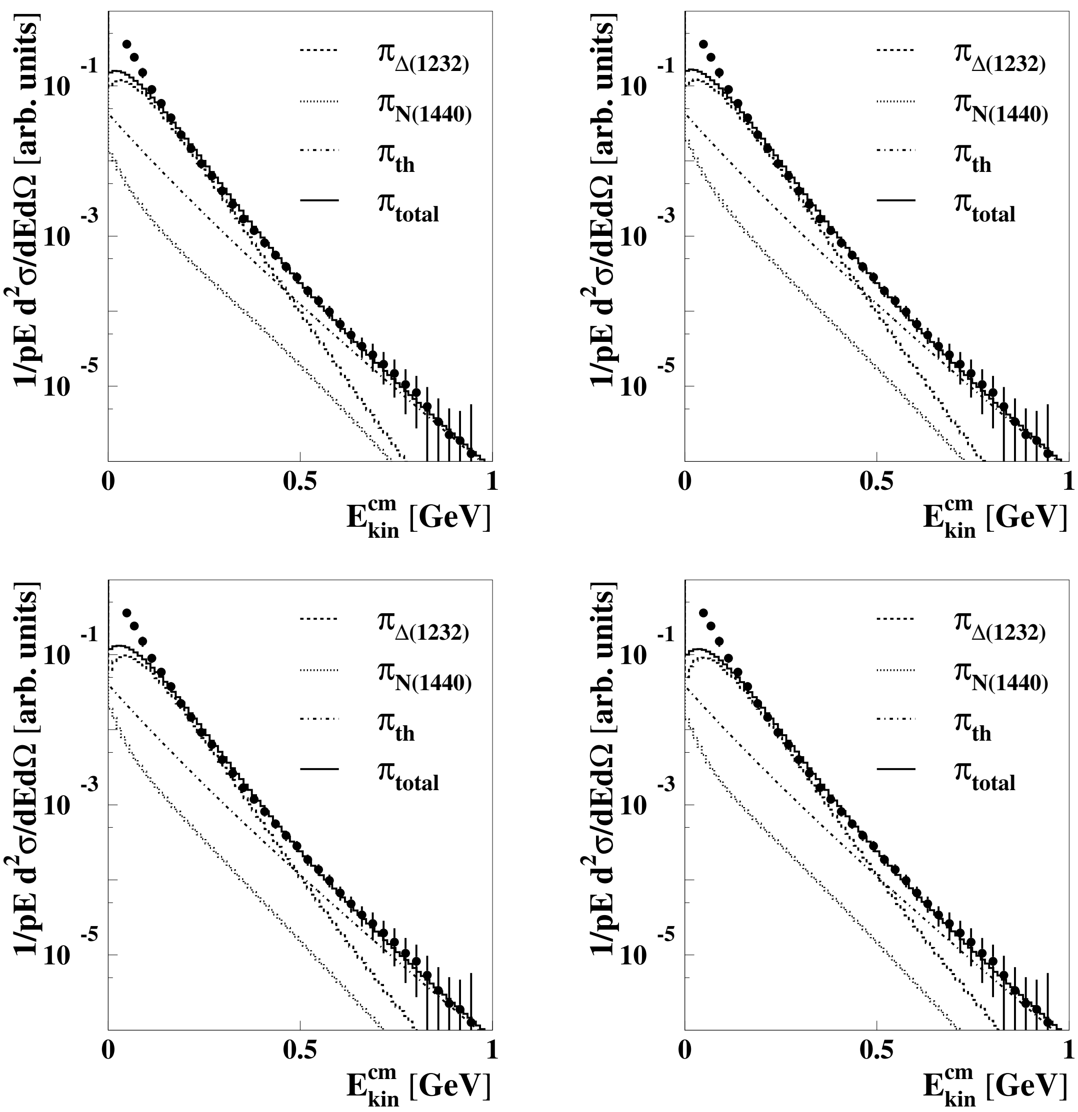

Abbildung 4.10: *Anpassung der Pionenspektren im System Au + Au für $\Gamma(p)$ nach den Gleichungen (4.10) (links oben) bis (4.13) (rechts unten).*

Damit läßt sich das Baryonchemische Potential für die Reaktion Au+Au bei einer kinetischen Strahlenergie von $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV für die aus Anpassung der spektralen Verteilungen von Protonen und leichten Fragmenten gewonnenen Parameter $T = 80$ MeV und $\beta = 0.32$ abschätzen zu

$$\mu_B = 865 \pm 50 \text{ MeV} \qquad .$$

Ein weiterer Test für ein thermisches Modell und den zugehörigen Parametersatz ist die Frage, ob experimentell beobachtete Teilchenverhältnisse reproduziert werden können. In [Mun97] wurde für das hier beschriebene Reaktionssystem das Verhältnis positiv geladener Pionen zu Protonen zu

$$\left.\frac{N_{\pi^+}}{N_p}\right|_{Exp} = 0.063 \pm 0.005$$

bestimmt.

Mit den Parametern T und μ_B kann man nach (4.1) auch das Verhältnis aller Pionen zu Nukleonen $N_\pi \;/\; N_N$ berechnen, muß dabei allerdings alle aus Resonanzzerfall nach dem freeze-out stammenden Teilchen ebenfalls berücksichtigen. Für den in diesem Abschnitt bestimmten Parametersatz erhält man:

$$\left.\frac{N_\pi}{N_N}\right|_{Thermo} = 0.135 \pm 0.03 \qquad .$$

Berechnet man daraus mit dem Verhältnis von Protonen zu Nukleonen in Gold

$$\left.\frac{N_p}{N_N}\right|_{Au} = \frac{79}{197}$$

und dem aus der Isobaren-Zerlegung (siehe Anhang A) für $N_{\Delta(1232)} \;/\; N_{N(1440)} = 0.03$ folgenden Anteil f_{π^+} positiv geladener Pionen an der Gesamtheit aller

$$\begin{aligned} f_{\pi^+} &= \tfrac{N_{\Delta(1232)}}{N_{\Delta(1232)}+N_{N(1440)}}\, f_{\pi^+}\,(\Delta(1232)) + \tfrac{N_{N(1440)}}{N_{\Delta(1232)}+N_{N(1440)}}\, f_{\pi^+}\,(N(1440)) \\ &= \tfrac{1}{1+0.03}\, 0.229 + \tfrac{1}{1+(0.03)^{-1}}\, 0.267 \\ &= 0.230 \end{aligned}$$

das Verhältnis der positiv geladenen Pionen zu Protonen, so erhält man

$$\left.\frac{N_{\pi^+}}{N_p}\right|_{Thermo} = 0.077 \pm 0.017 \qquad .$$

Im Rahmen des recht großen Fehlers stimmt dies mit dem experimentell ermittelten Wert überein.

Berechnet man allerdings nach Gleichung (4.5) die gesamte Baryonendichte zum Zeitpunkt des freeze-out, zeigt sich, daß der Parametersatz

$$T = 80\,\text{MeV} \qquad , \qquad \mu_B = 865\,\text{MeV} \qquad , \qquad \beta = 0.32$$

keine wirklich sinnvolle Beschreibung des Systems darstellt. Es ergibt sich

$$\frac{\sum_i \rho_i}{\rho_0} = 2.6 \pm 1.3 \quad (i \text{ über Baryonen}) \quad ,$$

ein Wert, der eventuell in der Hochdichtephase der Reaktion, aber auf keinen Fall zum freeze-out zu erwarten ist, da für diese Dichte die mittleren freien Weglängen viel zu kurz sind, um einen solchen zu definieren! Aus diesem Grund wären deutlich niedrigere Werte für das Baryonchemische Potential und/oder die Temperatur zu erwarten.

Desweiteren wird der niederenergetische Teil des Pionenspektrums schlecht reproduziert. Dies kann seine Ursache unter anderem darin haben, daß im Experiment die Resonanzen eventuell nicht, wie in der Simulation vereinfachend angenommen, isotrop emittiert werden. Eine bessere Beschreibung dieses Bereichs ließe sich überdies durch eine stärkere Population von Resonanzen mit sehr niedrigen Massen erzielen. Eine leichte Verschiebung der Massenverteilung in diese Richtung ergibt sich für die in [Wei95] beziehungsweise [Wei97] verwendete Parametrisierung. Ob sie den nötigen Effekt bewirkt, kann hier nicht abgeschätzt werden.

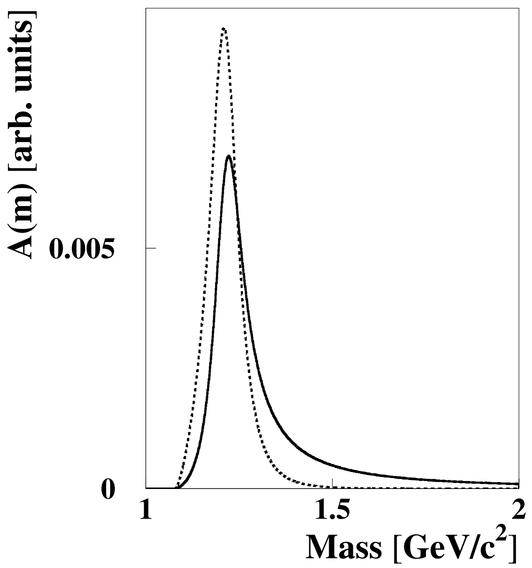

Abbildung 4.11: *Freie Massenverteilung für $\Delta(1232)$ nach Gleichung (4.9) (durchgezogene Linie) und gewichtet mit der thermischen Besetzungswahrscheinlichkeit für $T = 80$ MeV (gestrichelt).*

Untersuchungen zur Population von $\Delta(1232)$-Resonanzen in Proton-Kern-Stößen [Trz91] wie auch in Kern-Kern-Stößen [Hjo97] zeigen eine Verschiebung zu kleineren Massen im Vergleich zur freien Massenverteilung. Auch die in [Mun93] vorgenommene Parametrisierung zur Beschreibung der Pionenspektren nur aus Resonanzzerfällen zeigt diesen Effekt. In dem hier beschriebenen Modell sorgt die thermische Besetzungswahrscheinlichkeit ebenfalls für eine effektive Verschiebung zu kleineren Massen, wie Abbildung 4.11 zeigt.

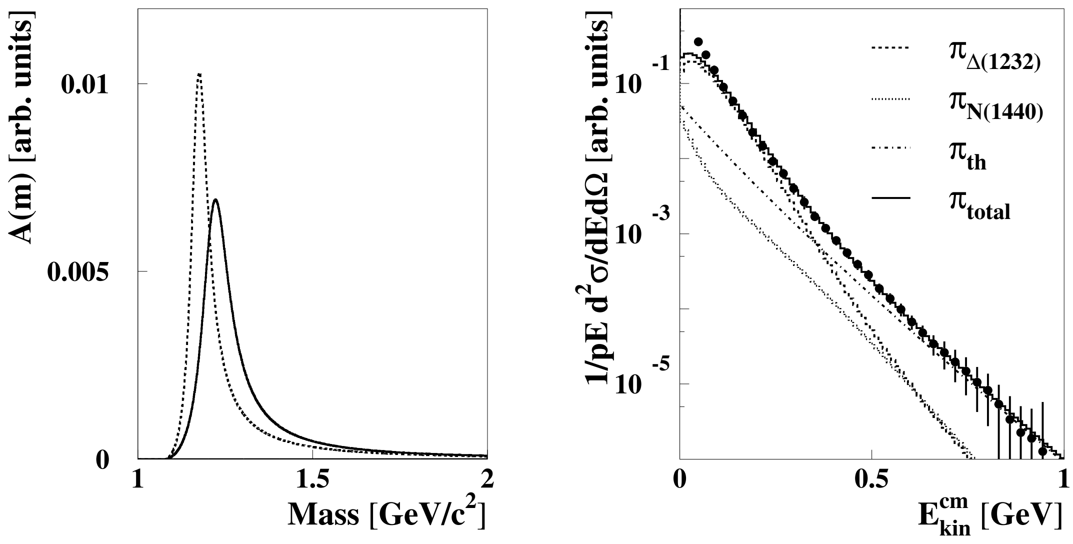

Abbildung 4.12: *Willkürlich um 50 MeV zu kleineren Werten verschobene Massenverteilung nach (4.9) für* $\Delta(1232)$ *im Vergleich zu der für* $m_R = 1.232$ *GeV/*c^2 *(links) und Anpassung des Pionenspektrums unter Verwendung derselben (rechts).*

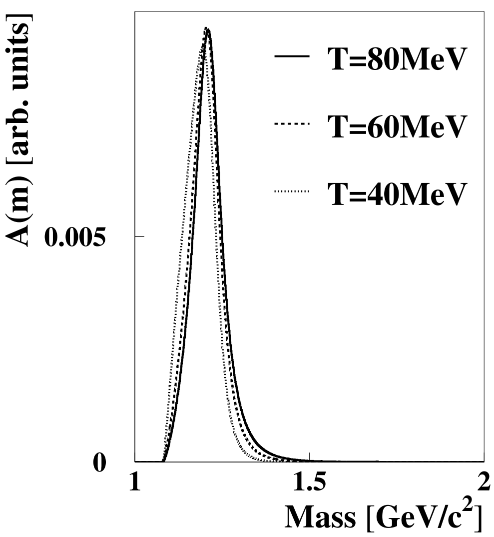

Abbildung 4.13: *Massenverteilungen für* $\Delta(1232)$ *nach Gleichung (4.9) gewichtet mit der thermischen Besetzungswahrscheinlichkeit für verschiedene Temperaturen.*

Um eine bessere Beschreibung der experimentellen Spektren zu erzielen, wäre aber eine zusätzliche, in diesem Rahmen nicht erklärbare Verschiebung nötig, wie beispielhaft in Abbildung 4.12 zu sehen ist.. Hier wurde der Resonanzwert der Verteilungen willkürlich um 50 MeV zu

$$m_R(\Delta(1232)) = 1.182\,\mathrm{GeV/c^2} \qquad \text{und} \qquad m_R(N(1440)) = 1.390\,\mathrm{GeV/c^2}$$

verschoben, Temperatur und flow blieben unverändert.

Eine Möglichkeit, eine zusätzliche Verschiebung zu erklären, wäre eine andere, niedrigere freeze-out Temperatur für Resonanzen als für die freien Pionen. Abbildung 4.13 zeigt beispielhaft Resonanzmassenverteilungen gewichtet mit thermischen Besetzungswahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Temperaturen. Vor allem würde eine niedrigere Temperatur und auch ein kleineres Baryonchemisches Potential eine niedrigere Baryonendichte beim freeze-out bedeuten, worin der Hauptwiderspruch der in diesem Kapitel bestimmten Parameter liegt. Ein solches Szenario geht über das hier diskutierte Modell hinaus und würde die Annahme unterschiedlicher freeze-out Zeiten und Radien oder gar eine Komponente kontinuierlicher Emission, wie sie in Kapitel 5 ansatzweise diskutiert wird, und damit die zeitliche Evolution der Reaktionszone zum Beispiel im Rahmen hydrodynamischer Betrachtungen erfordern.

4.8 Anwendung auf das System C + C

Bei Anwendung der in den letzten Abschnitten beschriebenen Methode auf die in dieser Arbeit gezeigten spektralen Verteilungen für Pionenproduktion im System C+C bei kinetischen Strahlenergien von $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ und 2.0 AGeV ergeben sich mehrere prinzipielle Probleme:

Zunächst stellt sich die grundsätzliche Frage, inwieweit in einem derart kleinen System, bestehend aus zwei mal zwölf Nukleonen, überhaupt eine Äquilibrierung im thermodynamischen Sinne stattfindet. Desweiteren wurden die Daten in dieser Arbeit nicht in Abhängigkeit von der Zentralität der Stöße untersucht, daß heißt ein großer Teil der Pionen stammt aus peripheren Reaktionen, in denen vielleicht nur einzelne Nukleon-Nukleon-Stöße stattgefunden haben, mit einer Art thermischen Gleichgewicht also nicht zu rechnen ist.

Ein weiteres Problem liegt neben diesen prinzipiellen Bedenken in der Bestimmung der Parameter T und β. Anders als für das System Au+Au liegen für C+C weder für leichte Fragmente noch für Protonen Spektren vor, die nach Gleichung (4.2) angepaßt werden könnten. Daten zur Bestimmung differentieller Wirkungsquerschnitte für Protonen sind in der Strahlzeit im November 1995 aufgenommen worden, bisher aber nicht ausgewertet.

Sämtliche Modellparameter lediglich aus einer einzigen experimentellen Observablen zu bestimmen, erscheint bedenklich, soll aber hier in einem ersten Schritt versucht werden. Hierzu wird zunächst angenommen, daß es in dem leichten Stoßsystem C+C mit sehr wenigen Nukleonen im Vergleich zu Au+Au keinen radialen flow gibt, also

$$\beta = 0 \qquad .$$

Die Temperatur wird dann durch Anpassung des hochenergetischen Teils des Pionenspektrums ($E^{cm}_{kin} \geq 0.4$ GeV) mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung bestimmt. Dabei ergibt

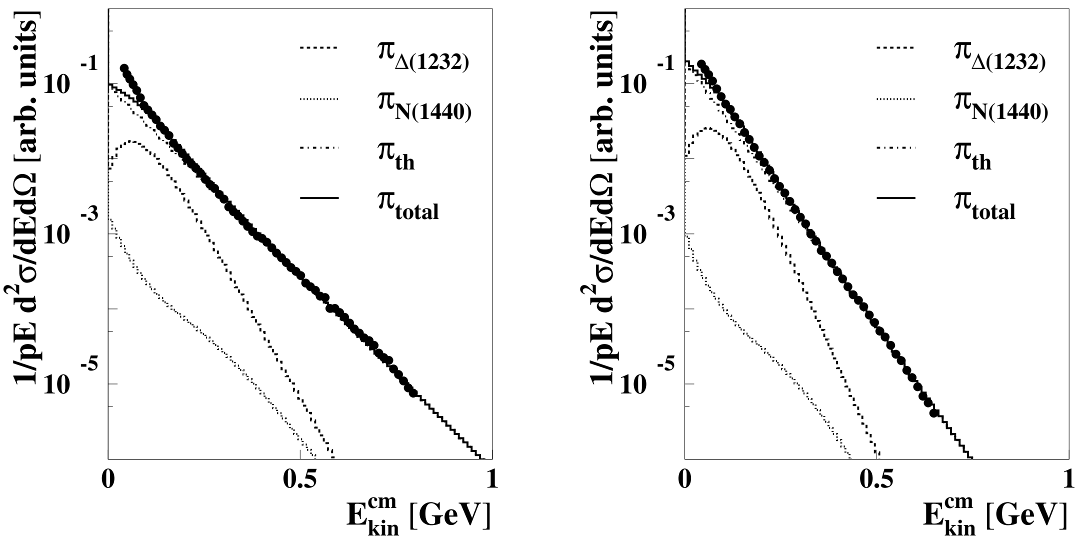

Abbildung 4.14: *Anpassung der Pionenspektren für das System C+C bei* $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ *AGeV mit* $T = 85$ *MeV (links), bzw.* $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ *AGeV mit* $T = 61$ *MeV (rechts) ohne radialen Fluß.*

E_{Beam}^{kin} [AGeV]	$N_{N(1440)}/N_{\Delta(1232)}$	$N_{\pi_{th}}/N_{\Delta(1232)}$	μ_B [MeV]
1.0	0.02	2.85	763
2.0	0.03	3.32	635

Tabelle 4.3: *Parameter aus der Anpassung der Pionenspektren für das System C+C bei* $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ *AGeV mit* $T = 85$ *MeV , bzw.* $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ *AGeV mit* $T = 61$ *MeV.*

sich

$$
\begin{aligned}
T(E_{Beam}^{kin} = 2.0\mathrm{AGeV}) &= 85 \pm 2\mathrm{MeV} \quad ,\\
T(E_{Beam}^{kin} = 1.0\mathrm{AGeV}) &= 61 \pm 2\mathrm{MeV} \quad .
\end{aligned}
$$

Nutzt man die so bestimmten Werte zur Beschreibung der spektralen Verteilungen nach der gleichen Methode wie bisher, so erhält man die in Abbildung 4.14 und in Tabelle 4.3 dargestellten Ergebnisse (für $\Gamma(p)$ nach (4.9)).

Wie deutlich zu erkennen ist, folgt aus dieser Methode zwangsläufig ein hoher Anteil thermischer Pionen, da deren Verteilung auf Grund der Art der Temperaturbestimmung per definitionem diesen Teil der Daten gut beschreibt. Es wird daraus ersichtlich, daß für eine sinnvolle Anwendung des Konzepts mindestens eine weitere experimentelle Observable benötigt wird.

Als ein weiterer Ansatz könnte näherungsweise die Annahme dienen, daß sich das Stoßsystem C+C (Massenzahl $A = 12$) ähnlich verhält, wie Ne+NaF ($A = 20$), das ebenfalls am Magnetspektrometer KaoS für $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV untersucht wurde ([Mun97],[Ahn97]).

Die aus dem hochenergetischen Teil des Pionenspektrums bestimmten Temperaturen haben mit

$$T_{\pi^+}(\text{Ne+NaF}) = 62 \pm 3\text{MeV} \qquad [\text{Mun97}] \qquad .$$

im Rahmen der Fehler den gleichen Wert wie für das hier diskutierte System C+C. Zusätzlich liegt dort aber eine Analyse der Protonendaten vor, wobei eine Anpassung mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung, das heißt ohne Berücksichtigung eines eventuellen radialen Flusses, folgende Werte ergab

$$T_p(\text{Ne+NaF}) = 76 \pm 4\text{MeV} \qquad [\text{Ahn97}] \qquad .$$

Nimmt man weiterhin keine radiale kollektive Bewegung in C+C an und rechnet mit $T =$ 76 MeV, erhält man die in Abbildung 4.15 und Tabelle 4.4 dargestellten Ergebnisse.

Um die Auswirkung eines radialen Flusses auf das Ergebnis abzuschätzen, wird mit einer Näherungsformel für den Zusammenhang zwischen einer scheinbaren Temperatur T_a im Sinne der Anpassung der Daten mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung und dem Wertepaar für die Temperatur T und den flow β, die auf der einfachen Annahme der Aufteilung der scheinbaren thermischen in thermische und kinetische Energie

$$\frac{3}{2}T_a = \frac{3}{2}T + \frac{1}{2}m_\pi\beta^2$$

beruht, eine radiale Flußgeschwindigkeit abgeschätzt. Nimmt man $T_a = 76$ MeV aus den Protonendaten für das System Ne+NaF und $T = 61$ MeV, erhält man

$$\beta = 0.22 \qquad ,$$

wobei dieser relativ große Wert weniger als realistische Annahme, als eher im Sinne einer Extremabschätzung zu sehen ist. Die damit für $E^{kin}_{beam} = 1.0$ AGeV erfolgte Anpassung ist ebenfalls in Abbildung 4.15 zu sehen, die Parameter stehen in Tabelle 4.4.

Alles in allem bleibt die Anwendung dieses thermischen Konzepts auf C+C-Reaktionen sowohl prinzipiell als auch in dem hier diskutierten speziellen Fall auf Grund der stoßparameterintegrierten Daten und dem Fehlen zumindest einer weiteren experimentellen Observablen zur Festlegung der Parameter fragwürdig.

T [MeV]	β	$N_{N(1440)}/N_{\Delta(1232)}$	$N_{\pi_{th}}/N_{\Delta(1232)}$	μ_B [MeV]
76	0.0	0.03	0.21	889
61	0.22	0.02	0.28	836

Tabelle 4.4: *Parameter aus der Anpassung der Pionenspektren für das System C+C bei* $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ *AGeV mit* $T = 76$ *MeV,* $\beta = 0.0$ *, bzw. mit* $T = 61$ *MeV,* $\beta = 0.22$.

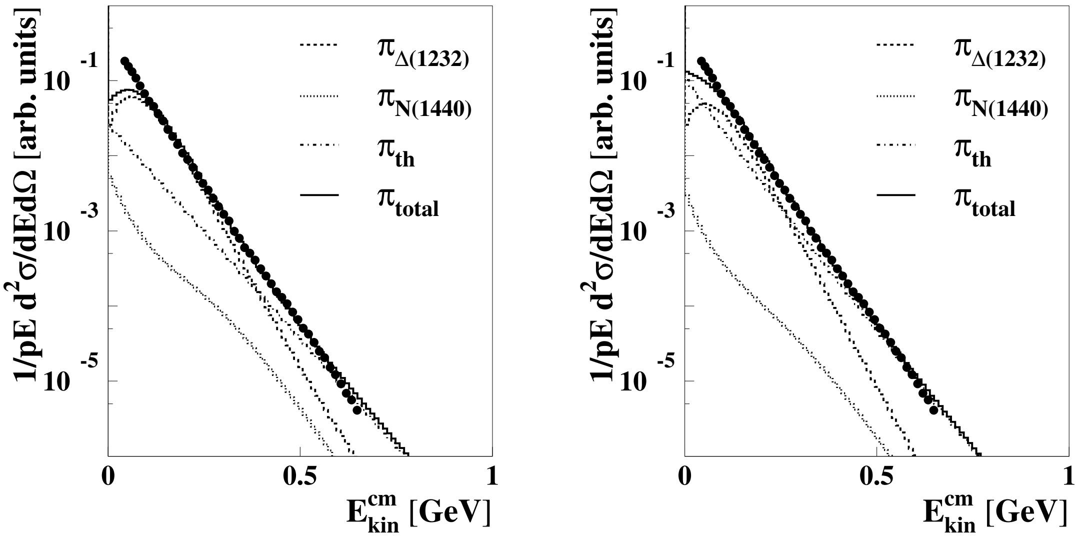

Abbildung 4.15: *Anpassung der Pionenspektren für das System C+C bei* E^{kin}_{Beam} = 1.0 *AGeV mit* $T = 76$ *MeV,* $\beta = 0$ *(links), bzw. mit* $T = 61$ *MeV,* $\beta = 0.22$ *(rechts).*

Kapitel 5

Abkühlende Pionenquelle

5.1 Hinweise auf zeitabhängige Pionenemission

Bei dem im vorangegangenen Kapitel diskutierten thermischen Modell wurde stets ein einziger freeze-out Zeitpunkt und Radius für alle Teilchen angenommen. Es gibt allerdings experimentelle Hinweise, daß Pionen unterschiedlicher Energie zu verschiedenen Zeitpunkten während des Verlaufs der Reaktion emittiert werden.

So wird in der in Abschnitt 3.5 bereits erwähnten Untersuchung des Verhältnisses negativer zu positiver Pionen in [Wag96] für zentrale Au + Au-Stöße die Coulombenergie V_{Coul} als Funktion der kinetischen Energie der Pionen im Schwerpunktsystem bestimmt. Danach verspüren die niederenergetischen Pionen ein deutlich schwächeres Coulomb-Feld als die hochenergetischen. Eine mögliche Erklärung ist die Annahme, daß Pionen mit niedrigeren Energien eventuell aus einer ausgedehnteren (oder durch Emission positiver Teilchen weniger geladenen) Reaktionszone stammen als jene mit hohen Energien, weshalb in [Wag96] unter Annahme einer kugelförmigen Ladungsverteilung eine effektive Quellgröße als Funktion der Energie bestimmt wird. Deren ansteigender Verlauf von großen zu kleinen Energien legt zusammen mit dem Bild einer expandierenden Reaktionszone nach starker Kompression der Kernmaterie in einem Schwerionenstoß die Vermutung nahe, daß im Gegensatz zu dem in Kapitel 4 behandelten thermischen Modell Pionen mit unterschiedlichen Energien zu verschiedenen Zeiten im Verlauf der Reaktion emittiert werden.

Ein weiteres Indiz für die Emission zu unterschiedlichen Zeiten ergibt sich aus der ebenfalls in [Wag96] durchgeführten Untersuchung der azimutalen Anisotropie der Pionenproduktion in Abhängigkeit vom Transversalimpuls in peripheren Stößen des Systems Au+Au bei $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV. Dabei findet sich eine Unterdrückung der Emission hochenergetischer Pionen bei Targetrapidität auf der dem Projektilrestkern zugewandten Seite, was auf Absorption in selbigem schließen läßt. Es wird abgeschätzt, daß die Emission von Pionen mit $p_\perp \geq 0.3$ GeV/c bereits in den ersten (10 ± 2) fm/c erfolgt. Für niederenergetische Pionen zeigt sich eine Umkehr dieses Trends, was auf eine Emission nach dem Zeitpunkt des größten Überlapps der Kerne hindeutet.

In diesem Kapitel soll nun mit zwei einfachen, aber völlig verschieden Ansätzen die Reaktionszone als im thermischen Gleichgewicht befindliche, aber im Gegensatz zu dem Modell mit festem freeze-out Zeitpunkt für das gesamte Reaktionsvolumen in Kapitel 4 kontinuierlich über eine gewisse Zeitspanne expandierende und unter beständiger Pionenemission abkühlende Quelle betrachtet werden.

Der erste basiert auf der Idee, daß die Reaktionszone in einem Stoß bei niedrigerer kinetischer Strahlenergie der Spätphase eines solchen bei höherer Strahlenergie ähneln könnte, wenn man sich den zeitlichen Verlauf der Reaktion wie oben geschildert vorstellt. Dann sollte es möglich sein, aus der Differenz zweier solcher Spektren die Verteilung der in der Anfangsphase der Reaktion bei hoher Strahlenergie emittierten Pionen zu extrahieren.

Der zweite Ansatz ist der Versuch, die Form der gemessenen Pionenspektren in einem einfachen Modell durch zeitliche Integration über die Oberflächenemission aus einer abkühlenden, thermischen Quelle zu beschreiben, wobei kein freeze-out des Reaktionsvolumens definiert wird.

5.2 Differenzspektren

Stellt man sich in einem einfachen Bild vor, daß in einer Schwerionenkollision eine im thermischen Gleichgewicht befindliche Reaktionszone mit einer Temperatur T entsteht, die unter kontinuierlicher Teilchenemission über einen gewissen Zeitraum expandiert und sich abkühlt, so wird eine solche für einen Stoß mit hoher kinetischer Strahlenergie und damit "hoher Anfangstemperatur" im zeitlichen Verlauf auch diejenige Temperatur durchlaufen, die in einer Reaktion mit niedrigerer Strahlenergie maximal erreicht wird. Entsprechend dürfte unter diesen Annahmen das Spektrum der nach diesem Zeitpunkt emittierten Pionen dem Pionenspektrum aus dem niederenergetischen Stoß ähneln. Letztlich wird also versucht, Reaktionen bei niedrigeren Strahlenergien als vergleichbar zur Spätphase solcher bei höheren Strahlenergien zu betrachten. Somit läßt sich im Rahmen dieser Vorstellung durch Differenzbildung ein Spektrum generieren, daß nur aus Pionen, die während der frühen, "heißeren" Phase des höherenergetischen Stoßes emittiert wurden, bestehen sollte.

Da sich die Schwerpunktsysteme für Reaktionen mit unterschiedlichen kinetischen Strahlenergien mit verschiedenen Geschwindigkeiten relativ zum Laborsystem bewegen, werden die Daten zunächst in eine bezüglich dieser Bewegung lorentzinvariante Darstellung transformiert, so daß der invariante Wirkungsquerschnitt $E\,d^3\sigma/dp^3$ über dem Transversalimpuls $p_\perp$ aufgetragen wird (siehe auch Abschnitt 3.1 bezüglich der Transformationen). Da die in konstanten Laborimpulsintervallen ausgewerteten Datenpunkte für verschiedene Spektrometereinstellungen in dieser Darstellung nicht äquidistant und zudem gegeneinander verschoben sind, ist eine direkte Differenzbildung nicht möglich. Deshalb werden die spektralen Verteilungen für beide Strahlenergien ähnlich wie in Abschnitt 3.2 mit einer Summe aus 2 Exponentialfunktionen durch eine χ^2 -Minimierung angepaßt. Ziel ist lediglich eine möglichst gute Beschreibung der Datenpunkte durch die Anpassungen, sie dienen nicht der Extrapolation über die gemessenen Bereiche hinaus. Das Differenzspektrum wird dann in dem Bereich, in dem für beide Strahlenergien Datenpunkte existieren, aus diesen Anpassungen gebildet

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3}(p_\perp)\bigg|_{Diff} = E\frac{d^3\sigma}{dp^3}(p_\perp)\bigg|_{E^1_{Beam}} - E\frac{d^3\sigma}{dp^3}(p_\perp)\bigg|_{E^2_{Beam}} \qquad \left(E^1_{Beam} > E^2_{Beam}\right) \quad ,$$

der Anschaulichkeit halber in den Abbildungen aber nicht kontinuierlich, sondern ebenfalls diskret in $p_\perp$ dargestellt.

Da für das in Kapitel 4 vornehmlich diskutierte System Au + Au bisher lediglich bei einer kinetischen Strahlenergie von $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV ausgewertete Daten vorliegen, wird in Abbildung 5.1 die Differenz für Spektren positiv geladener Pionen aus der Reaktion ^{58}Ni + ^{nat}Ni für zentrale Stöße (entsprechend etwa $(20 \pm 5)\%$ des Reaktionquerschnittes) bei $E^{kin}_{Beam} = 1.8$ AGeV und $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV (beide [Wag96]) gebildet. Dabei ist allerdings zu beachten, daß beide Datensätze bei dem selben Spektrometerwinkel im Labor von $\vartheta_{Lab} = 44°$ gemessen wurden, da zur Zeit der Durchführung des Experiments die Meßapparatur noch nicht gedreht werden konnte. Dies hat zur Folge, daß die Daten für die beiden Strahlenergien unterschiedlichen Rapiditätsintervallen relativ zur Rapidität des jeweiligen Schwerpunktsystems entsprechen ($y/y_{CM} \approx 1.0$ für $E^{kin}_{Beam} = 1.8$ AGeV , $y/y_{CM} \approx 1.3$ für $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV). Die gestrichelte Linie zeigt die Anpassung des hochenergetischen Teils des Differenzspektrums mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung entsprechend Gleichung (3.6) im Schwerpunktsystem des Stoßsystems mit der höheren Strahlenergie, da es hier als Frühphase dieses Systems aufgefaßt werden soll. Die resultierende Temperatur liegt mit

$$T = 100 \pm 3\,\mathrm{MeV}$$

wie zu erwarten über denjenigen, die sich bei gleichwertiger Anpassung der beiden einzelnen Datensätze zu

$$\begin{aligned} T(E^{kin}_{Beam} = 1.8\mathrm{AGeV}) &= 97 \pm 2\,\mathrm{MeV} \quad , \\ T(E^{kin}_{Beam} = 1.0\mathrm{AGeV}) &= 77 \pm 2\,\mathrm{MeV} \quad . \end{aligned}$$

ergeben. Eine gute Parametrisierung mit einer einzigen Maxwell-Boltzmann-Verteilung ist demnach auch für das Differenzspektrum nicht möglich, allerdings liegen die betrachteten Strahlenergien wie auch die Temperaturen der beiden Einzelspektren relativ weit auseinander, so daß auch die Differenz im Rahmen der hier gemachten Betrachtungen Anteile verschiedener Temperaturen enthalten sollte.

Das gleiche Verfahren läßt sich im selben Reaktionssystem auch für die Strahlenergien $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV und $E^{kin}_{Beam} = 0.8$ AGeV (ebenfalls [Wag96]) anwenden. Wiederum bei einem Spektrometerwinkel von $\vartheta_{Lab} = 44°$ gemessen, liegen die relativen Rapiditätsbereiche, bezogen auf die jeweilige Schwerpunktsrapidität, nicht so weit auseinander wie im vorangegangenen Fall ($y/y_{CM} \approx 1.3$ für $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV , $y/y_{CM} \approx 1.4$ für $E^{kin}_{Beam} = 0.8$ AGeV). Da die Energien wesentlich dichter beieinander liegen, sollte das Differenzspektrum im Rahmen des hier betrachteten Bildes einem kürzeren Abkühlungsprozeß entsprechen als im zuvor betrachteten Fall. Abbildung 5.1 zeigt auch wesentlich geringere Abweichungen von einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung, deren Temperatur sich zu

$$T = 83 \pm 3\,\mathrm{MeV}$$

bestimmen läßt.

Vorbehaltlich der gleichen Bedenken bezüglich der Möglichkeit einer Thermalisierung im kleinen Stoßsystem ^{12}C + ^{12}C wie in Abschnitt 4.8, zeigt Abbildung 5.2 das Differenzspektrum für positiv geladene Pionen bei kinetischen Strahlenergien von $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ AGeV beziehungsweise $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV. Da hier Messungen bei je 2 Spektrometerwinkeln

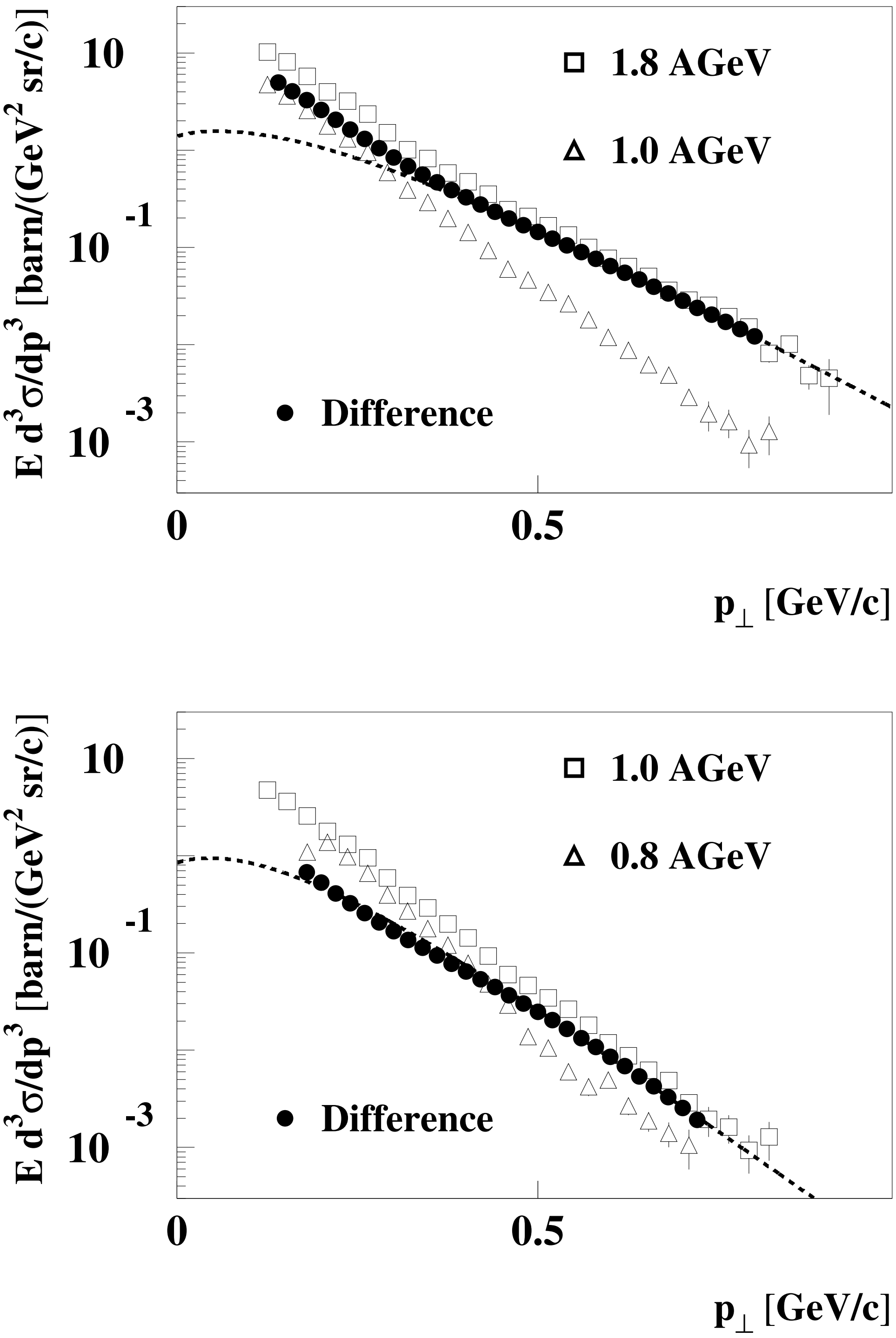

Abbildung 5.1: *Differenzspektren für das System Ni + Ni für die jeweils angegebenen Strahlenergien bei $\vartheta_{Lab} = 44°$. Die gestrichelten Linien sind Maxwell-Boltzmann Anpassungen an die Differenzspektren.*

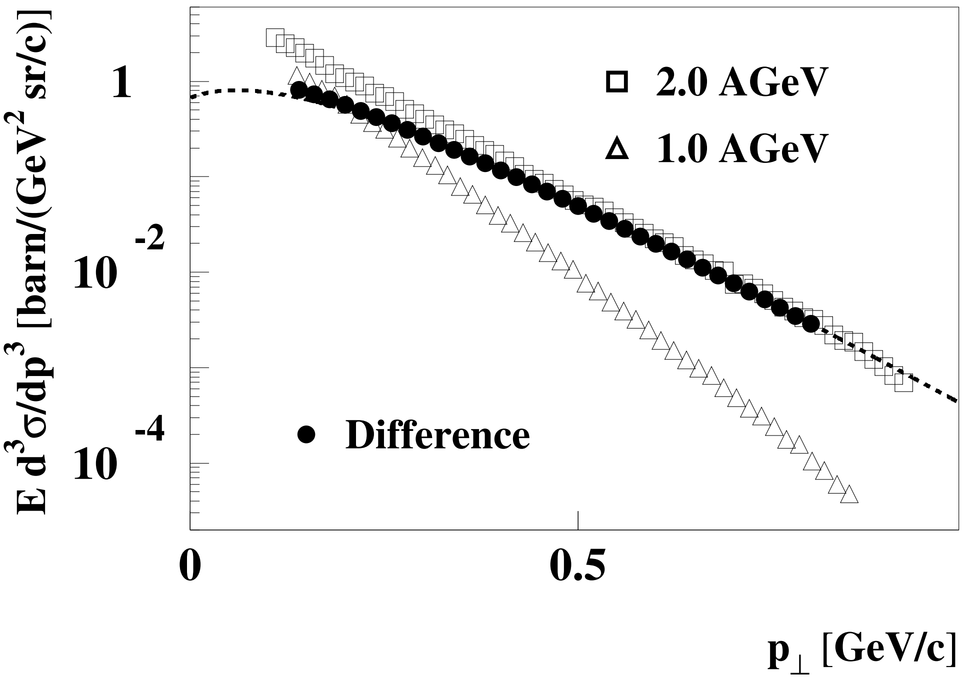

Abbildung 5.2: *Differenzspektrum für das System C + C bei* $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ *AGeV,* $\vartheta_{Lab} = 40°$ *und* $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ *AGeV,* $\vartheta_{Lab} = 54°$*. Die gestrichelte Linie ist eine Maxwell-Boltzmann Anpassung an das Differenzspektrum.*

vorliegen, wurden Datensätze gewählt, deren Rapidität im wesentlichen der des jeweiligen Schwerpunktsystems entspricht. Damit ergibt sich für

$$E_{Beam}^{kin} = 2.0\,\mathrm{AGeV}\,,\ \vartheta_{Lab} = 40° \qquad \Rightarrow \qquad \frac{y}{y_{CM}} \approx 1.1 \qquad ,$$

beziehungsweise für

$$E_{Beam}^{kin} = 1.0\,\mathrm{AGeV}\,,\ \vartheta_{Lab} = 54° \qquad \Rightarrow \qquad \frac{y}{y_{CM}} \approx 1.0 \qquad .$$

Gezeigt ist wiederum eine Anpassung des Differenzspektrums mit einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung im Schwerpunktsystem der Reaktion bei $E_{Beam}^{kin} = 2.0$ AGeV mit einer Temperatur von

$$T = 91 \pm 3\,\mathrm{MeV} \qquad .$$

Die Anpassung der beiden einzelnen Datensätze ergab in Abschnitt 4.8

$$\begin{aligned} T(E_{Beam}^{kin} = 2.0\mathrm{AGeV}) &= 85 \pm 2\mathrm{MeV} \qquad , \\ T(E_{Beam}^{kin} = 1.0\mathrm{AGeV}) &= 61 \pm 2\mathrm{MeV} \qquad . \end{aligned}$$

5.3 Abkühlung im thermischen Gleichgewicht

Folgt man dem Bild einer kontinuierlich abkühlenden und Pionen emittierenden Quelle, so sollte das Pionenspektrum durch zeitliche Integration über diesen Prozeß beschreibbar sein. Dabei ergeben sich allerdings viele Fragen, ganz abgesehen von der prinzipiellen, ob überhaupt ein derartiges Gleichgewicht erreicht wird: Wie sieht der zeitliche (und räumliche) Temperaturverlauf einer solchen Abkühlung aus? Wie werden während deren Verlauf Teilchen emittiert und vor allem welcher Anteil? Wann und wie findet ein freeze-out des Reaktionsvolumens im Sinne von Kapitel 4 statt? Wie wirkt sich die Zerfallskinematik angeregter Nukleonenzustände in diesem Bild aus?

Trotz dieser Komplexität wird in diesem Abschnitt ein ganz einfacher Ansatz verfolgt, der die meisten dieser Fragen mit einfachen Konzepten behandelt. Es wird eine expandierende, mit der Zeit t abkühlende Quelle im globalen thermischen Äquilibrium betrachtet, die von ihrer Oberfläche kontinuierlich Pionen entsprechend einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung zur jeweiligen Temperatur $T(t)$ emittiert. Es wird kein freeze-out des Reaktionsvolumens definiert, sondern lediglich Oberflächenemission betrachtet, worin mit Sicherheit eine der größten Unvollständigkeiten dieses Ansatzes besteht.

Gilt für das zu einer Temperatur $T(t)$ gehörende Emissionsspektrum

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3}(T(t)) \sim \exp\left(-\frac{E}{T(t)}\right) \quad , \tag{5.1}$$

so ergibt sich für die Oberflächenemission einer radialsymmetrisch expandierenden Quelle mit Radius $R(T)$

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \int R^2(t) \exp\left(-\frac{E}{T(t)}\right) dt \quad . \tag{5.2}$$

Betrachtet man als idealisierten Fall die reversible adiabatische Expansion eines idealen Gases, erhält man wegen

$$p\,V^\gamma = const. \qquad \text{bzw.} \qquad T\,V^{\gamma-1} = const. \tag{5.3}$$

(p:Druck, V:Volumen, γ:Adiabatenkoeffizient) mit $\gamma = 5/3$ einen Zusammenhang zwischen Radius $R(t)$ und Temperatur $T(t)$

$$T(t)\,V^{\frac{2}{3}}(t) = const. \qquad \Rightarrow \qquad R^2(t) \sim \frac{1}{T(t)} \quad , \tag{5.4}$$

so daß sich Gleichung (5.2) schreiben läßt als

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \int \frac{1}{T(t)} \exp\left(-\frac{E}{T(t)}\right) dt \quad . \tag{5.5}$$

Die Parametrisierung der Zeitabhängigkeit der Abkühlung wird einem einfachen hydrodynamischen Modell für einen expandierenden Feuerball entnommen ([Bon78],[Kol97]). Damit ergibt sich für ein ideales Gas mit Adiabatenkoeffizient $\gamma = 5/3$ die Temperatur als Funktion der Zeit zu

$$T(t) = T_{max}\,\frac{t_0^2}{t^2 + t_0^2} \quad , \tag{5.6}$$

wenn man wie in diesem Abschnitt ein globales thermisches Gleichgewicht und damit eine einheitliche Temperatur des gesamten Feuerballs annimmt. Dabei ist T_{max} die Maximaltemperatur, bei der die Abkühlung beginnt, und t_0 beseitigt die Singularität, die durch die willkürliche Wahl des Zeitnullpunkts durch $T(t=0) = T_{max}$ entsteht.
Aus Gleichung (5.6) folgt

$$t = t_0 \sqrt{\frac{T_{max}}{T} - 1} \tag{5.7}$$

und damit

$$dt = -\frac{t_0}{2} \frac{1}{T^{\frac{3}{2}}} \frac{T_{max}}{\sqrt{T_{max} - T}} dt \qquad . \tag{5.8}$$

Dies erlaubt, die Integration über die Zeit in Gleichung (5.5) durch eine Integration über die Temperatur zu ersetzen

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} \frac{1}{T^{5/2}} \frac{1}{\sqrt{T_{max} - T}} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) dT \qquad , \tag{5.9}$$

wobei alle Konstanten vor das Integral gezogen wurden. Der Integrand selbst enthält dabei eine Singularität, die bei der numerischen Auswertung für $T \rightarrow T_{max}$ zu Problemen führen könnte, was aber durch partielle Integration gelöst werden kann [Kol97]. Damit ergibt sich die Funktion zur Anpassung der experimentellen Daten zu

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{dp^3} &= C \left[\frac{2\sqrt{T_{max} - T_{min}}}{T_{min}^{\frac{5}{2}}} \exp\left(-\frac{E}{T_{min}}\right) + \right. \\ &\left. + \int\limits_{T_{min}}^{T_{max}} \frac{2\sqrt{T_{max} - T}}{T^{\frac{7}{2}}} \left(\frac{E}{T} - \frac{5}{2}\right) \exp\left(-\frac{E}{T}\right) dT \right] . \end{aligned} \tag{5.10}$$

Das verbleibende Integral wird im vorzugebenden Temperaturbereich numerisch ausgewertet, C ist der einzig frei variierbare Parameter, der zur Anpassung des berechneten Spektrums an die experimentellen Daten mit Hilfe einer χ^2 -Minimierung dient.

Um dieses Verfahren auf die bereits in Abschnitt 4.7 verwendeten Daten aus zentralen Au + Au-Stößen bei $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV nach [Wag96] anzuwenden, bedarf es der Wahl von Werten für T_{min} und T_{max}. Um den Einfluß der Maximaltemperatur zu verdeutlichen, soll zunächst der irrealistische Fall völliger Abkühlung ohne Beendigung dieses Prozesses zum Beispiel durch einen freeze-out des Reaktionsvolumens betrachtet werden, also $T_{min} = 1$ MeV. Für T_{max} soll eine Orientierung an Kaonendaten des selben Reaktionssystems erfolgen, da positive Kaonen eine große mittlere freie Weglänge in Kernmaterie aufweisen und damit im Gegensatz zu den zeitintegrierten Pionenspektren im wesentlichen Information über die heiße und dichte Phase der Reaktion tragen. Die Anpassung von K^+ -Spektren für zentrale Stöße ergibt nach [Man97]

$$T(K^+) = 86 \pm 2\,\mathrm{MeV} \qquad .$$

Abbildung 5.3 zeigt für verschiedene Maximaltemperaturen in diesem Bereich die Anpassung des wie in Abschnitt 4.7 zur näherungsweisen Elimination von Coulombeffekten aus

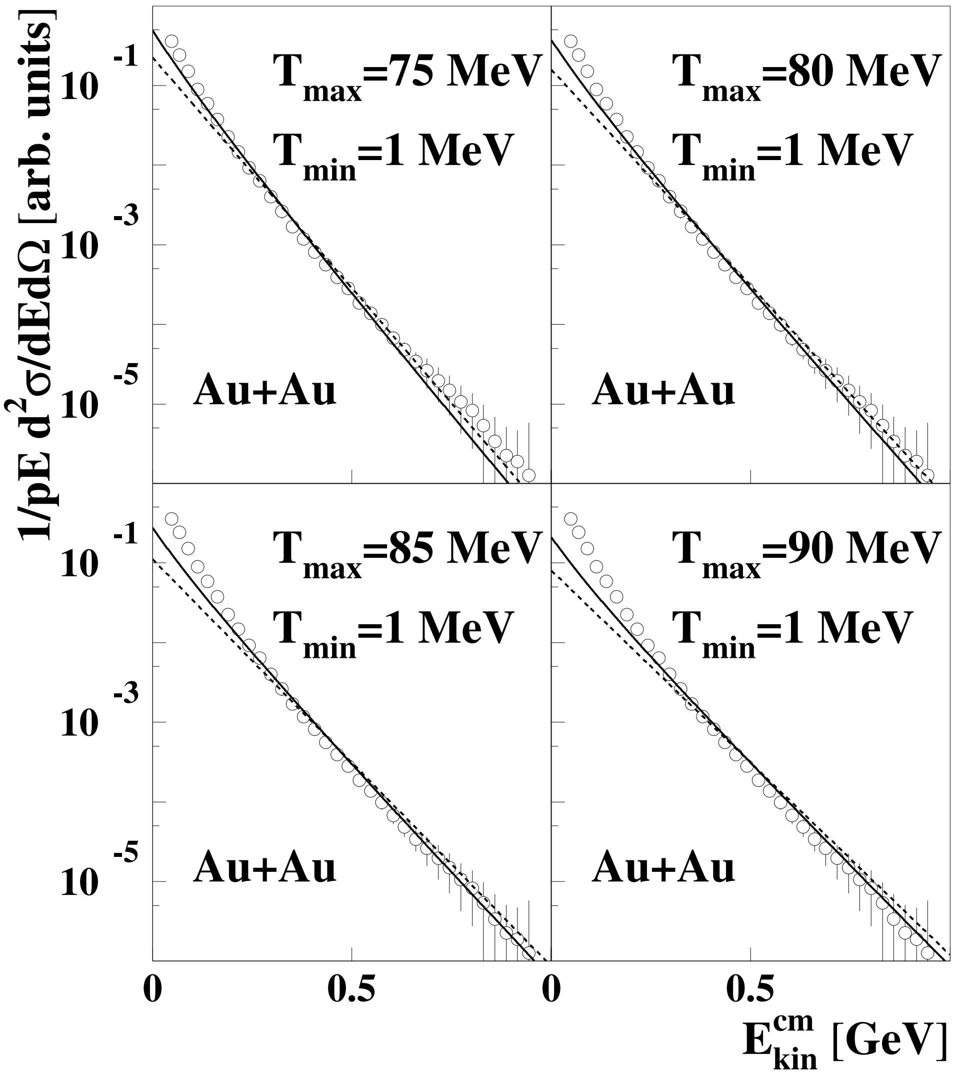

Abbildung 5.3: *Nach Gleichung (5.10) berechnete Spektren aus Oberflächenemission einer abkühlenden Quelle für verschiedene Maximaltemperaturen (durchgezogene Linien) und einfache Maxwell-Boltzmann-Verteilungen zum jeweiligen T_{max} (gestrichelt), angepaßt an zentrale Pionendaten des Systems Au + Au.*

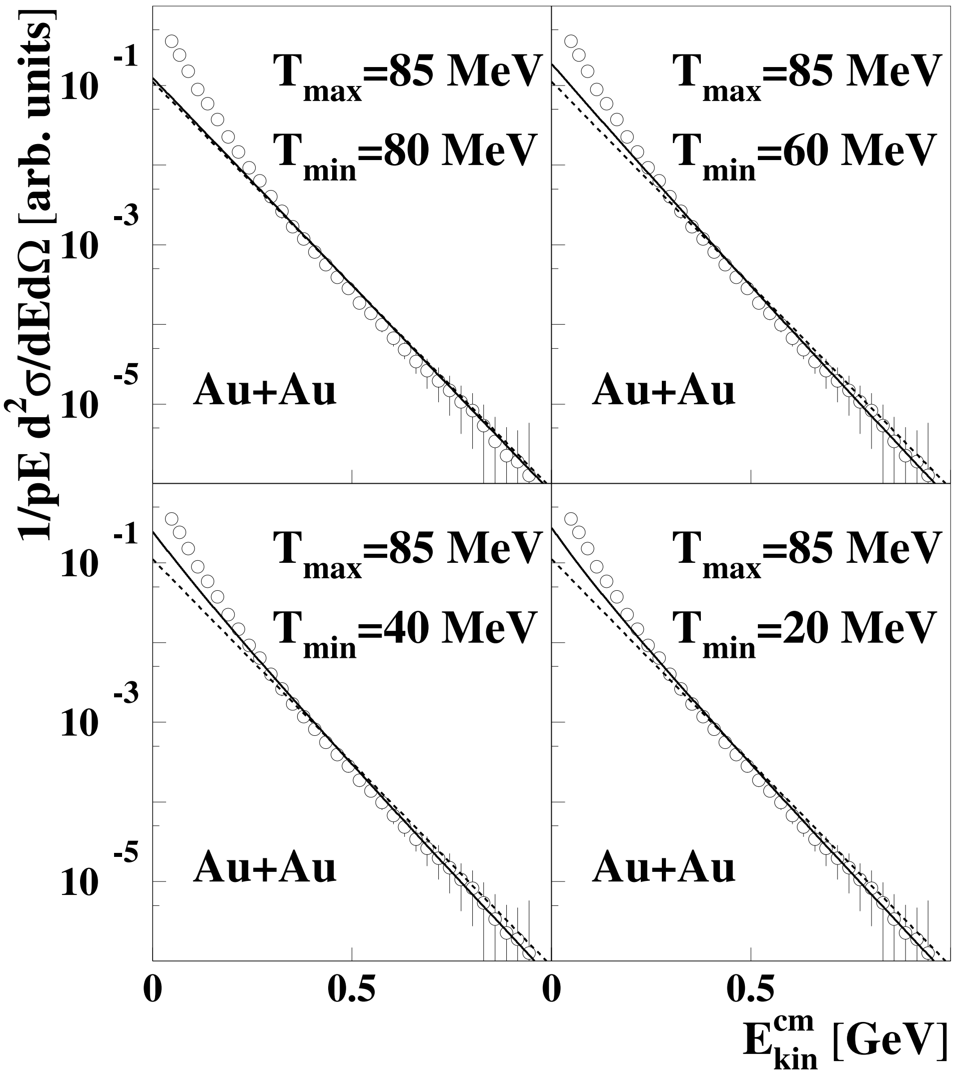

Abbildung 5.4: *Nach Gleichung (5.10) berechnete Spektren aus Oberflächenemission einer abkühlenden Quelle für verschiedene Minimaltemperaturen (durchgezogene Linien) und einfache Maxwell-Boltzmann-Verteilungen zu* $T = T_{max} = 85$ *MeV (gestrichelt), angepaßt an zentrale Pionendaten des Systems Au + Au.*

Daten für positive und negative Pionen gemittelten Spektrums nach Gleichung (5.10). Die gestrichelten Linien sind einfache Maxwell-Boltzmann-Verteilungen zur jeweiligen Temperatur T_{max}. Wie bei den zitierten Kaonendaten zeigt sich die beste Übereinstimmung vor allem für den hochenergetischen Teil des Spektrums bei $T_{max} = 85$ MeV.

Abbildung 5.4 zeigt die Auswirkung unterschiedlicher Annahmen über die Endtemperatur der Abkühlung beispielhaft für vier willkürlich gewählte Werte, die gestrichelten Linien stellen wiederum Maxwell-Boltzmann-Verteilungen, hier zu $T = T_{max} = 85$ MeV, dar. Der Vergleich der beiden unteren Bilder sowie Abbildung 5.3 zeigt, daß für $T_{max} = 85$ MeV die Beiträge zum Pionenspektrum aus Oberflächenemission für $T_{min} < 40$ MeV in diesem Modell keine Bedeutung mehr haben.

Interessant ist der Vergleich des hier unter extrem vereinfachenden Annahmen durchgeführten Abkühl- und Emissionsszenarios mit der zeitlichen Entwicklung der Pionenemission in mikroskopischen Transportmodellen, die in ihren Simulationen im Gegensatz zum Experiment natürlich in der Lage sind, den Emissionszeitpunkt (entsprechend der letzten Wechselwirkung) jedes einzelnen Pions zu bestimmen.

Abbildung 5.5 zeigt eine BUU-Rechnung für zentrale Au + Au-Stöße bei $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV nach [Bra98]. Neben dem zeitintegrierten Gesamtspektrum sind für verschiedene Emissionszeiten Pionenspektren gezeigt, die jeweils in einem engen Zeitintervall von 0.5 fm/c gefüllt wurden. Desweiteren sind Maxwell-Boltzmann-Anpassungen an alle diese Spektren zu sehen und die so bestimmten Temperaturen angegeben (im Bild als "slope" bezeichnet). Wie zu sehen ist, stützen diese Simulationen die Annahme, daß hochenergetische Pionen besonders in der frühen Phase der Reaktion emittiert werden, die niederenergetischen später, nach einer gewissen Abkühlung des Systems. Allerdings weicht der Verlauf des "ersten" Spektrums ($t = 15$ fm/c) deutlich von einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung ab.

Eine Auftragung der aus den Anpassungen dieser BUU-Spektren bestimmten Temperaturen als Funktion der Emissionszeit ist in Abbildung 5.6 zu sehen. Die durchgezogene Linie stellt eine Anpassung mit der in diesem Abschnitt verwendeten Parametrisierung der Zeitabhängigkeit der Temperatur der Reaktionszone nach Gleichung (5.6)

$$T(t) = T_{max} \frac{t_0^2}{t^2 + t_0^2}$$

dar, wobei T_{max} und t_0 frei variierbare Parameter waren. Die χ^2 -Minimierung ergibt für die Maximaltemperatur einen Wert von $T_{max} = 81$ MeV.

Wie in den Abbildungen 5.3 und 5.4 zu sehen ist, beschreibt das hier diskutierte einfache Abkühlungs- und Oberflächenemissionsszenario nicht den niederenergetischen Teil des Pionenspektrums. Zu den gröbsten Vernachlässigungen zählt dabei mit Sicherheit die Beschränkung auf Oberflächenemission während der Expansion ohne Definition des freeze-out des Reaktionsvolumens. Andererseits war das in Kapitel 4 diskutierte thermische Freeze-out-Modell mit einem festen freeze-out Zeitpunkt für alle Teilchen ebenfalls nicht in der Lage, das gesamte Spektrum zu beschreiben.

Geht man nun von der Annahme aus, daß die Reaktionszone zunächst unter Teilchenemission expandiert und abkühlt wie in diesem Abschnitt ansatzweise betrachtet und dann ein freeze-out wie in Kapitel 4, allerdings bei deutlich niedrigerer Temperatur, stattfindet,

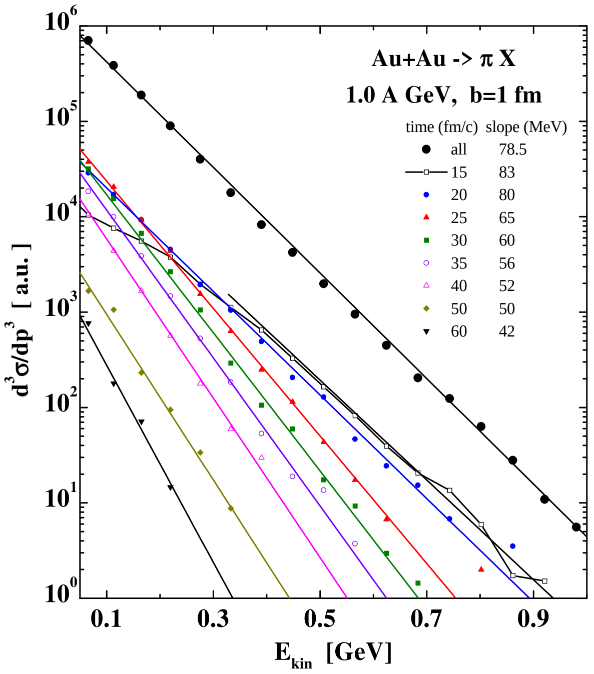

Abbildung 5.5: *BUU-Simulation für zentrale Au + Au-Stöße nach [Bra98]. Dargestellt sind außer dem Gesamtspektrum Spektren, die zu den angegeben Zeiten jeweils in einem Intervall von 0.5 fm/c gefüllt wurden.*

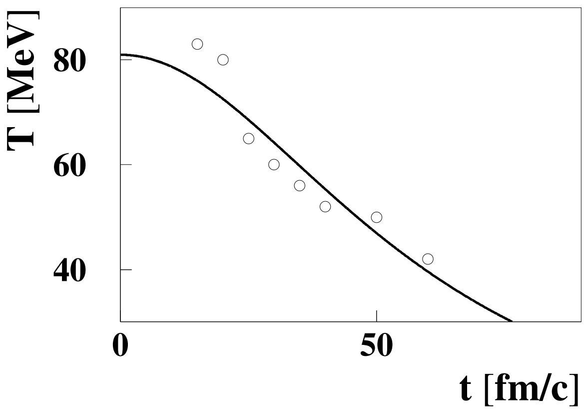

Abbildung 5.6: *Temperaturen aus Anpassungen der zeitabhängigen Emissionsspektren aus BUU-Rechnungen nach Abbildung 5.5 als Funktion der Zeit und Anpassung derselben mit der in diesem Kapitel angenommenen Zeitabhängigkeit nach Gleichung (5.6).*

könnte dies eventuell die Form der spektralen Verteilungen reproduzieren. Hierzu müßte ein Konzept für das Ausfrieren des Reaktionsvolumens in das hier betrachtete Modell eingebaut werden, was aber im Rahmen dieser Arbeit nicht gemacht wird. Zum Abschluß sollen lediglich plakativ in Abbildung 5.7 die Spektren für Pionen aus Zerfällen von $\Delta(1232)$ - Resonanzen bei Temperaturen von $T = 40$ MeV und $T = 60$ MeV nach der Simulation aus Kapitel 4 zusammen mit den Abkühlungsspektren dieses Abschnittes zu $T_{max} = 85$ MeV und $T_{min} = 40$ MeV beziehungsweise $T_{min} = 60$ MeV gezeigt werden. Die beiden völlig unkorreliert betrachteten Verteilungen wurden separat an die Daten (Au + Au, $E_{Beam}^{kin} = 1.0$ AGeV, $\vartheta_{Lab} = 44°$, $0.5(\pi^+ + \pi^-)$) angepaßt, es handelt sich also nicht um ein Konzept, daß die Anteile in ein sinnvolles Verhältnis setzt, weshalb natürlich kein resultierendes Gesamtspektrum gebildet werden kann.

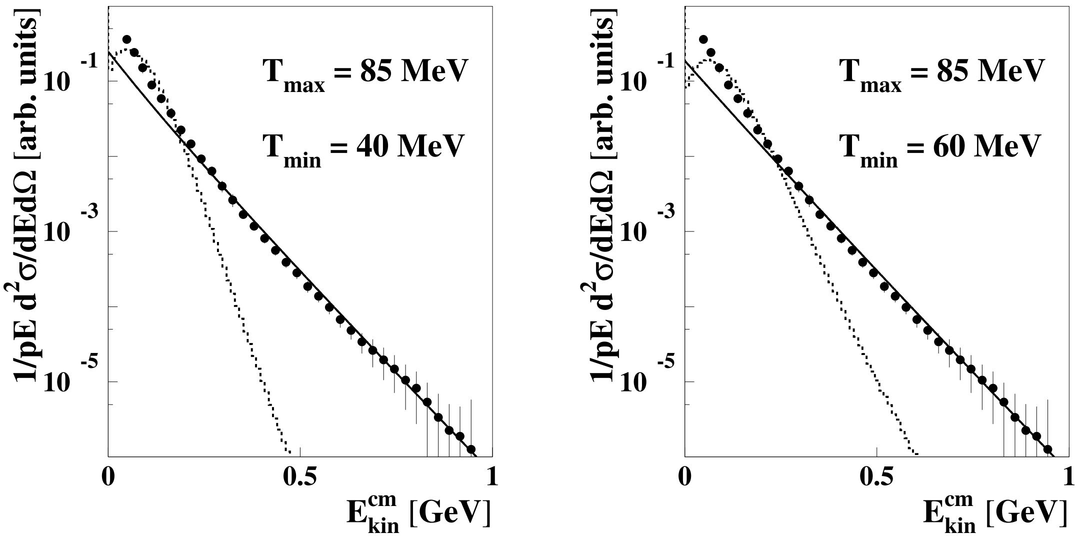

Abbildung 5.7: *Pionenspektren aus Oberflächenemission für die angegebenen Temperaturbereiche (durchgezogene Linie) und aus Zerfall von* $\Delta(1232)$*-Resonanzen für* T_{min} *(gestrichelt), völlig unabhängig voneinander an die Daten angepaßt.*

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Spektren positiv und negativ geladener Pionen aus dem Stoßsystem ^{12}C + ^{12}C bei kinetischen Strahlenergien von $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ AGeV und $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV für verschiedene Winkel im Labor ausgwertet, gemessen im November 1995 mit dem Magnetspektrometer KaoS. Vor allem die Spektren bei $E^{kin}_{Beam} = 2.0$ AGeV zeigen, wie bereits früher bei schwereren Reaktionssystemen beobachtet (siehe zum Beispiel [Mun93], [Stu95], [Wag96]), Abweichungen von einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung, die weder mit Coulombeffekten noch mit der speziellen Form des akzeptierten Phasenraumbereichs, bestimmt durch Messung und Auswertung für feste Spektrometerwinkel im Labor, erklärt werden kann. Ein Weg, letztere Unsicherheit zu vermeiden, wäre die Messung mehrerer benachbarter Winkel, daß heißt auf Grund der Akzeptanz von $\Delta\vartheta = \pm 4°$ im Abstand von 8°, und die Auswertung der Daten für ein festes Rapiditätsintervall, was für Pionen auf Grund der guten Statistik und des geringen Untergrundes möglich wäre. Die in dieser Arbeit verwendete Methode wurde im wesentlichen zur Auswertung von Kaonendaten entwickelt, da für das oben angedeutete Verfahren die Notwendigkeit zur Identifizierung einzelner Teilchen besteht, was bei Kaonen wegen des Untergrundes in diesem Massenbereich und der geringen Statistik kaum möglich ist.

Zur Untersuchung der Form der Pionenspektren wurde, vor allem für zentrale Reaktionen im System Au + Au bei $E^{kin}_{Beam} = 1.0$ AGeV [Wag96], ein Modell für eine zum Zeitpunkt des freeze-out des Reaktionsvolumens im thermischen Gleichgewicht befindliche Reaktionszone aufgestellt, wofür spektrale Verteilungen für Pionen, die nach dem Ausfrieren angeregter Zustände der Nukleonen durch deren Zerfall entstehen, simuliert wurden. Dabei zeigte sich im Rahmen der Genauigkeit keine signifikante Abhängigkeit von der Wahl verschiedener Parametrisierungen der Spektralfunktionen dieser Resonanzen. Ausgehend von den aus Daten für Protonen und leichte Fragmente bestimmten Werten für Temperatur (T = 80 MeV) und radialen Fluß mit konstanter Geschwindigkeit ($\beta = 0.32$) nach [Lis95] beziehungsweise [Spe97], wurde durch Anpassung des Verhältnisses π_{th} / $\Delta(1232)$ an die Pionendaten ein Baryonchemisches Potential von μ_B = 865 $\pm$ 50 MeV bestimmt. Das aus diesen Parametern berechnete Verhältnis positiv geladener Pionen zu Protonen stimmt im Rahmen der Fehler mit dem experimentellen Wert nach [Mun97] überein, allerdings berechnet sich die Baryonendichte beim freeze-out zu $2.6\rho_0$, ein Wert, der eventuell in der Hochdichtephase, aber auf keinen Fall zum freeze-out erreicht werden kann. Der bestimmte Parametersatz stellt also keine sinnvolle Beschreibung des Systems dar. Vielmehr sind deutlich niedrigere Werte für Baryonchemisches Potential und Temperatur zu erwarten. Ebenfalls nicht gut reproduziert wird der niederenergetische Teil des Pionenspektrums. Hierfür können eine anisotrope Emission der Resonanzen, aber auch wiederum eine niedrigere freeze-out Temperatur verantwortlich sein. Eine Erweiterung dieses Verfahrens könnte unter anderem in der Annahme eines flow-Profils, daß heißt einer ortsabhängigen statt einer konstanten Flußgeschwindigkeit, liegen.

Bei der Anwendung des Modells auf das System ^{12}C + ^{12}C ergab sich neben den prinzipiellen Bedenken, inwieweit es hier überhaupt zu einer Äquilibrierung kommen kann, das Problem, daß als einzige Observable das Pionenspektrum zur Verfügung stand und Temperatur und flow nicht aus Daten für andere Reaktionsprodukte bestimmt werden konnten. Einen Ansatzpunkt könnten hier die zwar gemessenen, aber bisher nicht ausgewerteten Daten für Protonen liefern.

Da es experimentelle Hinweise gibt, daß Pionen mit unterschiedlichen Energien zu verschiedenen Zeiten im Verlauf der Reaktion emittiert werden [Wag96], wurde in einem Modell die Reaktionszone als weiterhin im thermischen Gleichgewicht befindlich, aber unter beständiger Pionenemission abkühlend betrachtet. Als datenbasierter Ansatz wurde die Differenz aus jeweils zwei Spektren des gleichen Reaktionssystems (für Ni+Ni bzw. C+C) bei verschiedenen kinetischen Strahlenergien gebildet und als spektrale Verteilung der in der frühen, "heißen" Phase des Stoßes bei höherer Strahlenergie emittierten Pionen betrachtet. Hier werden in absehbarer Zukunft für das System Au + Au Spektren bei $E_{Beam}^{kin} = 1.5\,, 1.135\,, 1.0\,, 0.8$ und 0.6 AGeV vorliegen, die das Verfahren für mehrere Abschnitte des Verlaufs in einem System ermöglichen werden. Weiterhin wurde im Rahmen dieses Szenarios untersucht, welchen spektralen Verlauf ein Pionenspektrum aus reiner Oberflächenemission während der Abkühlung bei Annahme einer bestimmten Zeitabhängigkeit des Temperaturverlaufs $T(t)$ hätte, und dies mit den Daten für das System Au + Au verglichen. Auch hiermit kann der niederenergetische Teil des Spektrums nicht beschrieben werden. Wichtigste Erweiterung wäre die Definition eines freeze-out des Reaktionsvolumens am Ende der Abkühlung in diesem Konzept, da dies bei niedrigeren Temperaturen als denen in Kapitel 4 eventuell den niederenergetischen Bereich des Pionenspektrums durch Zerfall der zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Resonanzen beschreiben könnte, während die hochenergetischen Pionen zum großen Teil aus der kontinuierlichen Emission während des Abkühlungsprozesses stammen würden.

Anhang A

Isobaren-Zerlegung

Der Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt kann in die unterschiedlichen Isospin-Kanäle zerlegt werden ([Ver82],[Mun93], [Stu95],[Wag96]), so daß mit deren Hilfe in Abhängigkeit von der Zahl der Protonen $Z_{P,T}$ und Neutronen $N_{P,T}$ in Projektil (P) und Target (T) die Verhältnisse der Wirkungsquerschnitte unterschiedlich geladener Pionen abgeschätzt werden können.

Um diese Abschätzung für die resonante Produktion über die beiden niedrigsten angeregten Zustände des Nukleons ($\Delta(1232)$, N(1440)) getrennt machen zu können, wird in der Isobaren-Zerlegung aus den Clebsch-Gordan-Koeffizienten der Kopplung der Isospins im Nukleon-Nukleon-Stoß zum Isospin des resultierenden Resonanz-Nukleon-Paares und anschließend denen der Kopplung von Pion und Nukleon zur zerfallenden Resonanz die Wahrscheinlichkeit zur Bildung unterschiedlich geladener Pionen bestimmt. Die Wahrscheinlichkeiten für die möglichen Prozesse sind für $\Delta(1232)$ in Tabelle A.1, für N(1440) in Tabelle A.2 aufgeführt ([Hub94],[Wag96]).

Diese müssen mit der Wahrscheinlichkeit für den jeweiligen Nukleon-Nukleon-Stoß gewichtet werden, die sich aus der jeweiligen Anzahl der beteiligten Protonen und Neutronen ergibt

$$\begin{aligned} w_{pp} &= \frac{Z_P Z_T}{A_P A_T} \quad , \\ w_{pn} &= \frac{Z_P N_T + N_P Z_T}{A_P A_T} \quad , \\ w_{nn} &= \frac{N_P N_T}{A_P A_T} \quad . \end{aligned}$$

Damit berechnet sich zum Beispiel die Wahrscheinlichkeit $w_{\pi^+}(\Delta)$ für positiv geladene Pionen aus Zerfall von $\Delta(1232)$-Resonanzen zu

$$\begin{aligned} w_{\pi^+}(\Delta) &= \tfrac{3}{4} w_{pp} + \tfrac{1}{12} w_{pp} + \tfrac{1}{12} w_{pn} \\ &= \tfrac{10}{12} w_{pp} + \tfrac{1}{12} w_{pn} \end{aligned}$$

und analog für die anderen Pionen sowie die Entstehung über N(1440).

Der Anteil der positiv geladenen an allen aus $\Delta(1232)$-Resonanzen entstandenen Pionen ist dann

$$f_{\pi^+} = \frac{w_{\pi^+}}{w_{\pi^+} + w_{\pi^0} + w_{\pi^-}} \quad ,$$

wobei auch hier für die unterschiedlichen Ladungszustände die Anteile analog gebildet werden.

Prozeß	Wahrscheinlichkeit
$\mathrm{pp} \rightarrow \mathrm{p}\Delta^+ \rightarrow \mathrm{pp}\pi^0$	$\frac{1}{6}$
$\mathrm{pp} \rightarrow \mathrm{p}\Delta^+ \rightarrow \mathrm{pn}\pi^+$	$\frac{1}{12}$
$\mathrm{pp} \rightarrow \mathrm{n}\Delta^{++} \rightarrow \mathrm{np}\pi^+$	$\frac{3}{4}$
$\mathrm{np} \rightarrow \mathrm{n}\Delta^+ \rightarrow \mathrm{nn}\pi^+$	$\frac{1}{12}$
$\mathrm{np} \rightarrow \mathrm{n}\Delta^+ \rightarrow \mathrm{np}\pi^0$	$\frac{1}{6}$
$\mathrm{np} \rightarrow \mathrm{p}\Delta^0 \rightarrow \mathrm{pn}\pi^0$	$\frac{1}{6}$
$\mathrm{np} \rightarrow \mathrm{p}\Delta^0 \rightarrow \mathrm{pp}\pi^-$	$\frac{1}{12}$
$\mathrm{nn} \rightarrow \mathrm{p}\Delta^- \rightarrow \mathrm{pn}\pi^-$	$\frac{3}{4}$
$\mathrm{nn} \rightarrow \mathrm{n}\Delta^0 \rightarrow \mathrm{np}\pi^-$	$\frac{1}{12}$
$\mathrm{nn} \rightarrow \mathrm{n}\Delta^0 \rightarrow \mathrm{nn}\pi^0$	$\frac{1}{6}$

Tabelle A.1: *Wahrscheinlichkeiten für die Produktion verschieden geladener Pionen über die $\Delta(1232)$-Resonanz in Nukleon-Nukleon-Stößen, berechnet aus den jeweiligen Clebsch-Gordan-Koeffizienten der Isospin-Kopplung.*

Prozeß	Wahrscheinlichkeit
pp $\rightarrow$ pN^+ $\rightarrow$ ppπ^0	$\frac{1}{3}$
pp $\rightarrow$ pN^+ $\rightarrow$ pnπ^+	$\frac{2}{3}$
np $\rightarrow$ pN^0 $\rightarrow$ ppπ^-	$\frac{2}{3}$
np $\rightarrow$ pN^0 $\rightarrow$ pnπ^0	$\frac{1}{3}$
np $\rightarrow$ nN^+ $\rightarrow$ npπ^0	$\frac{1}{3}$
np $\rightarrow$ nN^+ $\rightarrow$ nnπ^+	$\frac{2}{3}$
nn $\rightarrow$ nN^0 $\rightarrow$ npπ^-	$\frac{2}{3}$
nn $\rightarrow$ nN^0 $\rightarrow$ nnπ^0	$\frac{1}{3}$

Tabelle A.2: *Wahrscheinlichkeiten für die Produktion verschieden geladener Pionen über die N(1440)-Resonanz in Nukleon-Nukleon-Stößen, berechnet aus den jeweiligen Clebsch-Gordan-Koeffizienten der Isospin-Kopplung.*

Literaturverzeichnis

[Ahn97] W. Ahner, C. Bormann, R. Barth, P. Beckerle, D. Brill, M. Cieślak, M. Dębowski, E. Grosse, W. Henning, P. Koczoń, B. Kohlmeyer, D. Miśkowiec, C. Müntz, H. Oeschler, F. Pühlhofer, E. Schwab, R. Schicker, P. Senger, Y. Shin, J. Speer, R. Stock, H. Ströbele, C. Sturm, K. Völkel, A. Wagner, and W. Waluś. "Pion and Kaon Emission from the Fireball formed in Ne+NaF Collisions at 1–2 GeV/nucleon". *Physics Letters B*, Vol. 393, p. 31, 1997.

[Ave97] R. Averbeck, A. Döppenschmidt, M. Appenheimer, Y. Charbonnier, J. Diaz, V. Hejny, S. Hlaváč, R. Holzmann, A. Kugler, F. Lefèvre, H. Löhner, A. Marin, W. Niebur, V. Metag, R. Novotny, R. W. Ostendorf, R. Pleskač, A. Schubert, Y. Schutz, R. Siemssen, R. S. Simon, R. Stratmann, H. Ströher, P. Tlustý, P. H. Vogt, V. Wagner, J. Weiß, H. W. Wilschut, F. Wissmann, A. R. Wolf, and M. Wolf. "Production of π^0 and η Mesons in Carbon-Induced Relativistic Heavy Ion Collisions". *Zeitschrift für Physik A*, Vol. 359, p. 65, 1997.

[Ave98] R. Averbeck. "Neutral Pions and η Mesons as Probes of the Expanding Hadronic Fireball in Nucleus-Nucleus Collisions at SIS". *nucl-ex/9803001*, 1998.

[Bar71] A. Barbaro-Galtieri. "Selected Topics on Baryon Resonances". In: A.Zichichi, Ed., *Erice Summer School on Subnuclear Physics*, 1971.

[Bar97] H. W. Barz, J. P. Bondorf, J. J. Gaardøje, and H. Heiselberg. "Freeze-Out Times in Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions from Coulomb Effects in Transverse Pion Spectra". *Physical Review C*, Vol. 56, p. 1553, 1997.

[Bas97] S. A. Bass. *Eigenschaften heißer dichter Kernmaterie in mikroskopischen Transportmodellen.* PhD thesis, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, 1997.

[Bla52] J. Blatt and V. Weisskopf. *Theoretical Nuclear Physics.* J.Wiley, 1952.

[Bon78] J. P. Bondorf, S. I. A. Garpman, and J. Zimanyi. "A Simple Analytic Hydrodynamic Model for Expanding Fireballs". *Nuclear Physics A*, Vol. 296, p. 320, 1978.

[Bra95] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, J. P. Wessels, and N. Xu. "Thermal Equilibration and Expansion in Nucleus-Nucleus Collisions at the AGS". *Physics Letters B*, Vol. 344, p. 43, 1995.

[Bra98] E. Bratkovskaya and W. Cassing. “Private Communication”. 1998.

[CNA93] CN/ASD Group. *Minuit-Users Guide, Program Library D506.* CERN, 1993. Minuit Reference Manual.

[CNA95] CN/ASD Group. *PAW-Users Guide, Program Library Q121.* CERN, 1995. PAW Reference Manual.

[Cug81] J. Cugnon, T. Mizutani, and J. Vandermeulen. “Equilibration in Relativistic Nuclear Collisons. A Monte Carlo Calculation”. *Nuclear Physics A*, Vol. 352, p. 505, 1981.

[Dan91] P. Danielewicz and G. F. Bertsch. “Production of Deuterons and Pions in a Transport Model of Energetic Heavy-Ion Reactions”. *Nuclear Physics A*, Vol. 533, p. 712, 1991.

[Fuc97] C. Fuchs, L. Sehn, E. Lehmann, J. Zipprich, and A. Faessler. “Influence of the In-Medium Pion Dispersion Relation in Heavy Ion Collisions”. *Physical Review C*, Vol. 55, p. 411, 1997.

[Gyu81] M. Gyulassy and S. Kaufmann. “Coulomb Effects in Relativistic Nuclear Collisions”. *Nuclear Physics A*, Vol. 362, p. 503, 1981.

[Har94] C. Hartnack, J. Jaenicke, L. Sehn, H. Stöcker, and J. Aichelin. “Kaon produktion at subthreshold energies”. *Nuclear Physics A*, Vol. 580, p. 643, 1994.

[Hay88] S. Hayashi, Y. Miake, T. Nagae, S. Nagamiya, H. Hamagaki, O. Hashimoto, Y. Shida, I. Tanihata, K. Kimura, O. Yamakawa, T. Kobayashi, and X. X. Bai. “Production of Pions and Light Fragments in 0.8 AGeV La+La Collisions”. *Physical Review C*, Vol. 38, p. 1229, 1988.

[Hjo97] E. L. Hjort, S. Albergo, F. Bieser, F. P. Brady, Z. Caccia, D. A. Cebra, A. D. Chacon, J. L. Chance, Y. Choi, S. Costa, J. B. Elliott, M. L. Gilkes, J. A. Hauger, A. S. Hirsch, A. Insolia, M. Justice, D. Keane, J. Kintner, M. A. Lisa, H. S. Matis, M. McMahan, C. McParland, D. L. Olson, M. D. Partlan, N. T. Porile, R. Potenza, G. Rai, J. Rasmussen, H. G. Ritter, J. Romanski, J. L. Romero, G. V. Russo, R. Scharenberg, A. Scott, Y. Shao, B. K. Srivastava, T. J. M. Symons, M. Tincknell, C. Tuvé, S. Wang, P. Warren, H. H. Wieman, T. Wienold, and K. Wolf. “Δ Resonance Production in ^{58}Ni+^{58}Ni Collisions at E=1.97 AGeV”. *Physical Review Letters*, Vol. 79, p. 4345, 1997.

[Hon97] B. Hong, N. Herrmann, J. L. Ritman, D. Best, A. Gobbi, K. D. Hildenbrand, M. Kirejczyk, Y. Leifels, C. Pinkenburg, W. Reisdorf, D. Schüll, U. Sodan, G. S. Wang, T. Wienold, J. P. Alard, V. Amouroux, N. Bastid, I. Belyaev, G. Berek, J. Biegansky, A. Buta, J. P. Coffin, P. Crochet, R. Dona, P. Dupieux, M. Eskef, P. Fintz, Z. Fodor, L. Fraysse, A. Genoux-Lubain, G. Goebels, G. Guillaume, E. Häfele, F. Jundt, J. Kecskemeti, M. Korolija, R. Kotte, C. Kuhn, A. Lebedev, I. Legrand, C. Maazouzi, V. Manko, J. Mösner, S. Mohren, W. Neubert, D. Pelte, M. Petrovici, P. Pras, F. Rami, C. Roy, Z. Seres, B. Sikora, V. Simion, K. Siwek-Wilczyńska,

A. Somov, L. Tizniti, M. Trzaska, M. A. Vasiliev, P. Wagner, D. Wohlfarth, and A. Zhilin. "Abundance of Δ Resonances in ^{58}Ni + ^{58}Ni Collisions between 1 and 2 AGeV". *Physics Letters B*, Vol. 407, p. 115, 1997.

[Hub94] S. Huber and J. Aichelin. "Production of Δ and N^* Resonances in the One Boson Exchange Model". *Nuclear Physics A*, Vol. 573, p. 587, 1994.

[KaoS] KaoS-Kollaboration:
R. Barth[1], I. M. Böttcher[4], D. Brill[3], M. Dębowski[5], F. Dohrmann[6], A. Förster[2], E. Grosse[6], P. Koczoń[1], B. Kohlmeyer[4], W. Konrad[4], F. Laue[1], M. Mang[1], M. Menzel[4], L. Naumann[6], H. Oeschler[2], F. Pühlhofer[4], W. Scheinast[6], E. Schwab[3], P. Senger[1], Y. Shin[3], J. Speer[4], H. Ströbele[3], C. Sturm[2], A. Surowiec[2], G. Surówka[1], F. Uhlig[2], A. Wagner[2], W. Walus[5]
[1]Gesellschaft für Schwerionenforschung Darmstadt,
[2]Technische Universität Darmstadt,
[3]Johann Wolfgang Goethe-Universität,
[4]Phillips-Universität Marburg,
[5]Jagiellonian University Kraków,
[6]Forschungszentrum Rossendorf.

[Kit86] Y. Kitazoe, M. Sano, H. Toki, and S. Nagamiya. "Pion Production Mechanism in High Energy Heavy Ion Collisions". *Physics Letters B*, Vol. 166, p. 35, 1986.

[Kol97] E. E. Kolomeitsev. "Private Communication". 1997.

[Lau98] F. Laue. *In Preparation.* PhD thesis, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, 1998.

[Li95] B. A. Li and C. M. Ko. "Formation of Superdense Hadronic Matter in High Energy Heavy-Ion Collisions". *Physics Letters B*, Vol. 349, p. 405, 1995.

[Lis95] M. A. Lisa, S. Albergo, F. Bieser, F. P. Brady, Z. Caccia, D. A. Cebra, A. D. Chacon, J. L. Chance, Y. Choi, S. Costa, J. B. Elliott, M. L. Gilkes, J. A. Hauger, A. S. Hirsch, E. L. Hjort, A. Insolia, M. Justice, D. Keane, J. Kintner, H. S. Matis, M. McMahan, C. McParland, D. L. Olson, M. D. Partlan, N. T. Porile, R. Potenza, G. Rai, J. Rasmussen, H. G. Ritter, J. Romanski, J. L. Romero, G. V. Russo, R. Scharenberg, A. Scott, Y. Shao, B. K. Srivastava, T. J. M. Symons, M. Tincknell, C. Tuvé, S. Wang, P. Warren, G. D. Westfall, H. H. Wieman, and K. Wolf. "Radial Flow in Au+Au Collisions at E=0.25-1.15 AGeV". *Physical Review Letters*, Vol. 75, p. 2662, 1995.

[Man97] M. Mang. *Produktion von K^+-Mesonen in ^{197}Au + ^{197}Au Stößen bei 1 GeV/Nukleon.* PhD thesis, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, 1997.

[Mun93] C. Müntz. *Untersuchungen zur Pionenproduktion in relativistischen Schwerionenreaktionen symmetrischer Massensysteme.* PhD thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1993.

[Mun97] C. Müntz, P. Baltes, H. Oeschler, S. Sartorius, C. Sturm, A. Wagner, C. Bormann, D. Brill, Y. Shin, J. Stein, H. Ströbele, W. Ahner, R. Barth, M. Cieślak, M. Dębowski, E. Grosse, W. Henning, P. Koczoń, M. Mang, D. Miśkowiec, R. Schicker, P. Senger, B. Kohlmeyer, H. Pöppl, F. Pühlhofer, J. Speer, K. Völkel, and W. Waluś. "Pion Production in Mass-Symmetric Heavy Ion Collisions at 0.8-1.8 AGeV". *Zeitschrift für Physik A*, Vol. 357, p. 399, 1997.

[Par71] Particle Data Group. "Review of Particle Properties". *Reviews of Modern Physics*, Vol. 43, p. S1, 1971.

[Par96] Particle Data Group. "Review of Particle Physics". *Physical Review D*, Vol. 54, p. 1, 1996.

[Pop93] H. Pöppl. *Messung der Emission von Protonen und leichten Kernen in der Reaktion* $^{197}Au+^{197}Au$ *bei 1 GeV/u Strahlenergie.* PhD thesis, Philipps-Universität Marburg, 1993.

[Sar91] A. Sartorius. *Aufbau und Test einer Vieldrahtproportionalkammer zum Teilchennachweis am Kaonenspektrometer.* Master's thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1991.

[Sch88] H. Schopper (ed.). *Landolt-Börnstein, Neue Serie, I,12a.* Springer Verlag, 1988.

[Sch93] E. Schnedermann, J. Sollfrank, and U. Heinz. "Thermal Phenomenology of Hadrons from 200 AGeV S+S Collisions". *Physical Review C*, Vol. 48, p. 2462, 1993.

[Sen93] P. Senger, W. Ahner, P. Baltes, P. Beckerle, C. Bormann, D. Brill, M. Cieślak, E. Grosse, W. Henning, P. Koczoń, B. Kohlmeyer, W. Konrad, D. Miśkowiec, C. Müntz, H. Oeschler, H. Pöppl, W. Prokopowicz, F. Pühlhofer, S. Sartorius, R. Schicker, B. Schlei, E. Schwab, Y. Shin, J. Speer, J. Stein, K. Stiebing, R. Stock, H. Ströbele, C. Sturm, K. Völkel, A. Wagner, and W. Waluś. "The Kaon Spectrometer at SIS(GSI)". *Nuclear Instruments and Methods A*, Vol. 327, p. 393, 1993.

[Shu90] E. V. Shuryak. "Physics of the Pion Liquid". *Physical Review D*, Vol. 42, p. 1764, 1990.

[Sie79] P. J. Siemens and J. O. Rasmussen. "Evidence for a Blast Wave from Compressed Nuclear Matter". *Physical Review Letters*, Vol. 42, p. 880, 1979.

[Spe97] J. Speer and B. Kohlmeyer. "Private Communication". 1997.

[Ste91] H. Stelzer. "Multiwire Chambers with a Two-Stage Gas Amplification". *Nuclear Instruments and Methods A*, Vol. 310, p. 103, 1991.

[Sto86a] R. Stock. "Particle Production in High Energy Nucleus-Nucleus Collisions". *Physics Reports*, Vol. 135, p. 259, 1986.

[Sto86b] H. Stöcker and W. Greiner. "High Energy Heavy Ion Collisions - Probing the Equation of State of Highly Excited Hadronic Matter.". *Physics Reports*, Vol. 137, p. 277, 1986.

[Stu95] C. Sturm. *Pionenproduktion im Massensystem Ni + Ni 1.8 AGeV und Auslese der Anodenebene einer Vieldrahtproportionalkammer am Kaonenspektrometer.* Master's thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1995.

[Stu96] C. Sturm, J. J. Blanco Pillado, H. Oeschler, H. Stelzer, A. Wagner, and The KaoS Collaboration. "Text of Gas Mixtures for Multiwire Proportional Chambers". *GSI Jahresbericht 1995*, p. 184, 1996.

[Stu98] C. Sturm. *In Preparation.* PhD thesis, Technische Universität Darmstadt, 1998.

[Tei96] S. Teis. *Transporttheoretische Beschreibung von relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien.* PhD thesis, Justus-Liebig-Universität Gießen, 1996.

[Tei97] S. Teis, W. Cassing, M. Effenberger, A. Hombach, U. Mosel, and G. Wolf. "Pion Production in Heavy Ion Collisions at SIS Energies". *Zeitschrift für Physik A*, Vol. 356, p. 421, 1997.

[Tri66] R. Tripp. "Baryon Resonances". In: L. Alvarez, Ed., *Proceedings of the International School of Physics 'Enrico Fermi', course 33 'Strong Interactions', 1964*, Academic Press, 1966.

[Trz91] M. Trzaska. *Anregung der Δ - Resonanz in Proton-Kern-Stößen.* PhD thesis, Universität Heidelberg, 1991.

[Ver82] B. J. VerWest and R. A. Arndt. "NN Single Pion Production Cross Sections Below 1500 AMeV". *Physical Review C*, Vol. 25, p. 1979, 1982.

[Wag92] A. Wagner. *Flugzeitmessungen am Kaonenspektrometer.* Master's thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1992.

[Wag96] A. Wagner. *Systematische Untersuchung symmetrischer Schwerionenreaktionen: Pionen als Sonden der Reaktionsdynamik.* PhD thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1996.

[Web96] H. Weber. *Mesonen als Sonden zur Untersuchung der Hochdichtephase in relativistischen Schwerionenkollisionen.* Master's thesis, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt, 1996.

[Wei95] W. Weinhold. *Zur Thermodynamik des πN-Systems.* Master's thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1995.

[Wei97] W. Weinhold, B. Friman, and W. Nörenberg. "Thermodynamics of Δ Resonances". *submitted to Physics Letters B (nucl-th/9710014)*, 1997.

[Wei98] W. Weinhold. *In Preparation.* PhD thesis, Technische Universität Darmstadt, 1998.

[Wes76] G. D. Westfall, J. Gosset, P. J. Johansen, A. M. Poskanzer, W. G. Meyer, H. H. Gutbrod, and R. Sandoval, A. Stock. "Nuclear Fireball Model for Proton Inclusive Spectra from Heavy-Ion Collisions". *Physical Review Letters*, Vol. 37, p. 1202, 1976.

Danksagung

Ich danke Prof. Dr. Peter Braun-Munzinger für die Möglichkeit, meine Diplomarbeit an der GSI anzufertigen und vor allem für die einfachen und klaren Worte, mit denen es ihm immer gelingt, auch Studenten komplizierte physikalische Zusammenhänge verständlich zu machen.

Besonderer Dank gebührt Privatdozent Dr. habil. Helmut Oeschler, der meine Arbeit betreut und mich durch ständige Hilfs- und Diskussionsbereitschaft sowie zahlreiche Anregungen unterstützt und gefo(e)rdert hat.

Ebenso danke ich den "Alt-Vorderen" der TUD-Arbeitsgruppe, Dipl. Phys. Christian Sturm, der mein erster Ansprechpartner bei allen kleineren und größeren Problemen und Fragen war und für die in dieser Arbeit gezeigten Pionenspektren "mitverantwortlich" ist, sowie Dr. Andreas Wagner, der stets bereit war, als "wandelndes Lexikon" mit Rat und Tat zur Verfügung zu stehen.

Für die geduldige Einführung in die Welt der Datenanalyse danke ich Dipl. Phys. Frank Laue, wobei ich vermutlich hoch verschuldet wäre, wenn ich seiner Forderung ("Kost' ne Mark!") regelmäßig nachgekommen wäre. Für die Simulationsrechnungen übernahm diese Rolle Dr. Christian Müntz, der auch aus der Ferne bemüht war, sein Wissen und seine Erfahrungen weiterzugeben und bei meinen aktuellen Problemen zu helfen.

Großen Dank möchte ich meinem "Mit-Diplomanden" und Zimmergenossen Florian Uhlig aussprechen, der stets zu konstruktiven Diskussionen bereit war, mit Sicherheit den größeren Anteil derjenigen Tätigkeiten, "die eben irgendjemand machen muß", übernommen und mich überdies mit großer Geduld ertragen hat.

Allen Mitgliedern der KaoS-Kollaboration danke ich für das angenehme und offene Arbeitsklima sowie die allgemein verbreitete große Hilfsbereitschaft, wobei Dr. Peter Senger, dem es Dank seines umfassenden organisatorischen wie auch physikalischen Überblicks immer gelingt, erfolgreiche Arbeit während und zwischen den Experimenten zu koordinieren, die "flow-Analysten" Dr. Jürgen Speer und Dr. Bernd Kohlmeyer, sowie Dr. Pjotr Koczoń, der immer Rat wußte, wenn ich verzweifelt vor meinem Computer stand, besonders zu erwähnen sind.

Auf theoretischer Seite danke ich vor allem Dipl. Phys. Wolfgang Weinhold, der immer Zeit hatte, mich über Thermodynamik im allgemeinen und baryonische Resonanzen im besonderen aufzuklären, Dr. Evgeni Kolomeitsev, ohne den das Kapitel zur abkühlenden Pionenquelle in der vorliegenden Form nicht entstanden wäre, sowie Dr. Elena Bratkovskaya, der ich den Vergleich mit BUU-Rechnugen verdanke.

Bedanken möchte ich mich auch bei Peter Zumbruch und Dipl. Phys. Tarek Kreß für die gemeinsamen Wege durch das Studium und zur GSI, sowie ihre ständige Bereitschaft zu sinnvollen wie auch sinnlosen, aber vergnüglichen Diskussionen.

Vor allem aber möchte ich meinen Eltern danken, die mir ein sorgenfreies und unbeschwertes Studium ermöglicht haben.